

Esercitazione 1

Legge di Ohm, induzione elettromagnetica, leggi di conservazione

March 15, 2016

1 Legge di Ohm

1.1 Gusci sferici concentrici

Griffiths problema 7.1

Due gusci metallici sferici e concentrici, di raggio a e b , sono separati da un materiale debolmente conduttore di conducibilità σ (figura 1a).

- a Se sono mantenuti a una differenza di potenziale V , che corrente scorre tra i due?
- b Qual è la resistenza tra i gusci?
- c Se $b \gg a$, il valore del raggio esterno (b) è irrilevante. Come si spiega? Sfruttando questa osservazione, si determini la corrente che scorre tra due sfere metalliche di raggio a tra cui è mantenuta una differenza di potenziale V , e che sono immerse profondamente in mare e poste a una grande distanza (figura 1b). La resistività dell'acqua salata è pari a $4.4 \cdot 10^{-2} \Omega\text{m}$. (Questo metodo può essere usato per misurare la conducibilità dell'acqua di mare.)

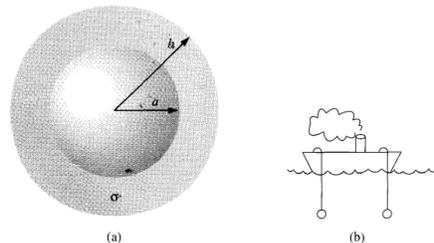


Figure 1:

2 Induzione

2.1 Filo e spira quadrata

Un filo rettilineo è percorso da una corrente I . A una distanza d da esso è posta una spira quadrata di lato L con due lati paralleli al filo.

- Calcolare il flusso del campo magnetico \vec{B} all'interno della spira. Quanto vale per $I = 1$ A, $d = 1$ m e $L = 0.2$ m?
- Qual è l'espressione generale della forza elettromotrice ε indotta se la corrente I nel filo non è costante? Quanto vale nel caso in cui, con i dati del punto **a**, la corrente viene aumentata del 50% in 10 ms? In che verso scorre la corrente nella spira?
- Se la spira viene avvicinata al filo di 20 cm in 300 ms a velocità costante, che valore ha ε l'istante prima che la spira venga fermata?
- Con la spira ferma e con $d = 1$ m e $L = 0.2$ m, di quanti ampère deve variare ogni secondo la corrente nel filo per mantenere una ε di 1 V?
- Ripetere il punto **a** approssimando \vec{B} come costante all'interno della spira. Che errore relativo si compie nella stima del flusso? Quant'è l'errore relativo se, invece, $L = 2 \cdot 10^{-2} d$?
- Se $d \rightarrow 0$ sorga un problema. Quale? La questione è ben posta?

2.2 Doppio filo e spira quadrata

Due fili rettilinei sono posti a distanza d l'uno dall'altro e trasportano una corrente I in direzione opposta, come mostrato in figura 2. A distanza d da uno dei due è posta una spira quadrata di lato d .

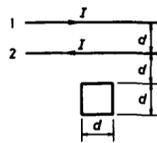


Figure 2:

- In che verso punta il campo magnetico nell'area della spira?
- Qual è il flusso di \vec{B} nella spira?
- Qual è il coefficiente di mutua induzione M tra i fili e la spira?
- Esprimere la forza elettromotrice ε indotta nella spira in funzione di M e della variazione della corrente nel tempo.

2.3 Doppio filo e spira circolare

Come mostrato in figura 3, due fili rettilinei sono separati da una distanza $2a$ e tra di loro è posta una spira di raggio a , isolata elettricamente dai fili. I fili trasportano una corrente I . Qual è il coefficiente di mutua induzione tra la spira e i fili?

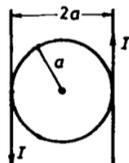


Figure 3:

2.4 Due spire circolari

Due spire circolari di raggio a e b sono poste come mostrato in figura 4, con il loro centro posto sull'asse z . Assumendo $b \ll a$

- Qual è il coefficiente di mutua induzione M tra le due spire in funzione di z ?
- Che forza bisogna applicare alla spira più piccola perché questa si muova con velocità costante verso l'altra spira?

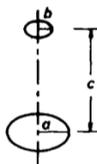


Figure 4:

2.5 Spira rettangolare e forza risentita

Una spira rettangolare di dimensioni a e b e resistenza R entra a velocità costante in una zona in cui è presente un campo magnetico \vec{B} costante e uniforme, come mostrato in figura 5. Derivare l'espressione per la forza risentita dalla spira.

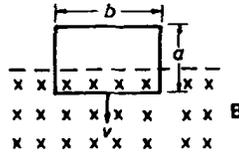


Figure 5:

2.6 Antenna lineare in campo magnetico

Un'automobile, con un'antenna radio lunga 110 cm, viaggia a 90 km/h in una regione in cui il campo magnetico terrestre ha un'intensità di $55 \mu\text{T}$. Si determini il massimo valore possibile della f.e.m. ε indotta.

2.7 Solenoide e avvolgimenti esterni

Un lungo solenoide ha 1800 avvolgimenti al metro e un raggio $r = 0.9$ m. Un secondo circuito costituito da una spira con 25 avvolgimenti viene avvolto intorno al primo. Nel primo solenoide viene fatta scorrere una corrente $I = 2$ A.

- Quant'è il flusso attraverso un singolo avvolgimento della spira?
- Qual è la mutua induttanza tra i due circuiti?
- Se il secondo circuito è caratterizzato da un raggio minore del solenoide come cambiano i risultati dei punti precedenti?

2.8 Bobina

Una bobina ha un'area di 4 cm^2 , 160 avvolgimenti molto fitti e una resistenza di 50Ω . È connessa a un galvanometro balistico che ha una resistenza di 30Ω . Inizialmente la bobina si trova parallela a un campo magnetico uniforme e viene poi ruotata velocemente in una posizione perpendicolare al campo. Quando ciò avviene il galvanometro indica $4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$. Qual è la densità del flusso del campo magnetico?

2.9 Anello di ferro

Un anello di ferro (di permeabilità μ_r), con raggio interno $r = 10$ cm, ha sezione trasversale rettangolare di lati $a = 3$ cm e $b = 1$ cm, con i lati di lunghezza a paralleli all'asse dell'anello. Attorno all'anello sono avvolte uniformemente $N = 2000$ spire. Si calcoli il coefficiente di autoinduzione del sistema.

2.10 Betatrone

In figura 6 è riportato lo schema di un betatrone, un acceleratore di elettroni, mentre in figura 7a è riportata una vista dall'alto dell'orbita degli elettroni. Gli elettroni vengono iniettati nell'acceleratore, vengono accelerati su un'orbita circolare nel piano xy e successivamente vengono estratti e fatti incidere su un bersaglio T. Il campo magnetico \vec{B} sia diretto nel verso dell'asse z (\hat{z} uscente dalla pagina in figura 7a). Il campo magnetico B_z varia sinusoidalmente come mostrato in figura 7b. Si rammenti che il campo magnetico deve (i) guidare gli elettroni sulla loro orbita circolare e (ii) generare il campo elettrico che li accelera.

- Quali quarti di periodo soddisfano la richiesta (i)?
- Quali la richiesta (ii)?
- In quali quarti di periodo può funzionare il betatrone?

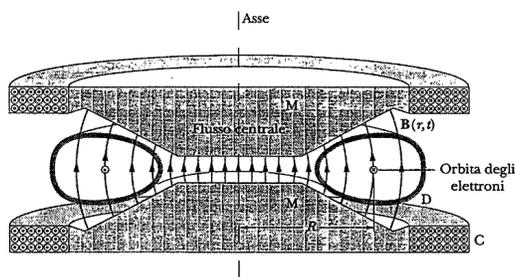


Figure 6:

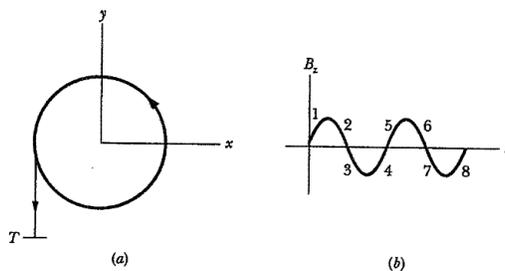


Figure 7:

2.11 Campi elettrici indotti

In figura 8 sono rappresentate due regioni circolari R_1 e R_2 , rispettivamente di raggio r_1 e r_2 . In R_1 è presente un campo magnetico uniforme $B_1 = 48.6$ mT in direzione entrante nella pagina e in R_2 un campo magnetico uniforme $B_2 = 77.2$ mT in direzione uscente (si trascuri ogni effetto di bordo). Entrambi i campi diminuiscono alla velocità di 8.50 mT/s. Si calcoli l'integrale $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ per ciascuno dei tre percorsi indicati in figura.

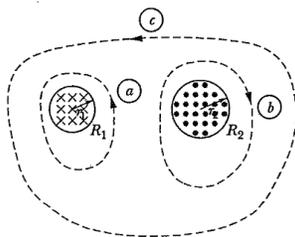


Figure 8:

3 Energia, momento lineare, momento angolare

3.1 Energia immagazzinata in un solenoide

Un solenoide molto lungo con n avvolgimenti per unità di lunghezza trasporta una corrente I che aumenta con il tempo secondo $I(t) = Kt$.

- Calcolare $\vec{B}(t)$ all'interno del solenoide.
- Calcolare $\vec{E}(t)$ all'interno del solenoide.
- Si consideri un volume cilindrico coassiale al solenoide, di lunghezza l e di raggio pari a quello del solenoide stesso. Qual è la derivata temporale dell'energia che fluisce all'interno di questo volume? Si mostri che è pari a $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}LI^2)$.

3.2 Conservazione di \vec{L}

Griffiths - esempio svolto 8.4

Un solenoide di lunghezza infinita e di raggio R ha n avvolgimenti per unità di lunghezza, percorsi da una corrente I . Coassialmente al solenoide ci sono due lunghi gusci cilindrici carichi: uno con raggio $a < R$ e carica $+Q$, e uno con raggio $b > R$ e carica $-Q$ (si veda la figura 9). Se la corrente nel solenoide viene diminuita, cosa succede? Da dove viene il momento angolare?

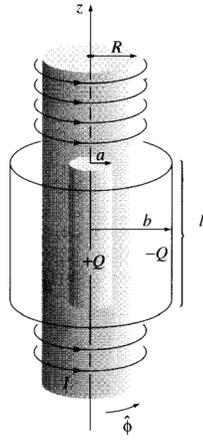


Figure 9:

3.3 Conservazione di \vec{L}

Una sfera conduttrice uniformemente magnetizzata con momento magnetico $\vec{m} \parallel \hat{z}$ e con una carica elettrica $+|Q|$ è sospesa da un filo isolante in una camera in cui è stato praticato il vuoto (si veda la figura 10).

- a Questo sistema statico possiede un momento angolare diverso da zero? Quanto vale?
- b Degli elettroni vengono iniettati radialmente sulla sfera e neutralizzano in parte la sua carica. Cosa succede alla sfera?

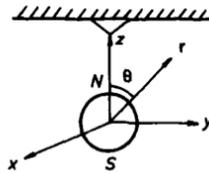


Figure 10: