UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Dipartimento di FISICA
ELETTRODINAMICA, OTTICA E RELATIVITÀ - Esame scritto 27/06/2018
Prof. Fulvio Parmigiani

Si risolvano 4 dei seguenti problemi

1- In un materiale paramagnetico si misura un campo magnetico ausiliario H pari a $10^4 \mathrm{Am}^{-1}$. Se la suscettibilità del materiale alla temperatura ambiente è 3.7×10^{-5} si calcoli la magnetizzazione e il campo magnetico B nel materiale.

2- Si consideri l'onda e.m. monocromatica piana

$$\vec{E} = \hat{x}E_0 \cos(kz - \omega t) + \hat{y}E_0 \cos(kz - \omega t + \pi/2)$$

Si descriva lo stato di polarizzazione dell'onda; si ricavi vettore di Jones che rappresenta questo stato di polarizzazione e il vettore di Jones ortogonale.

3- Un atomo di idrogeno "classico" consiste in un elettrone che percorre un orbita circolare attorno a un protone dove la forza centrifuga $m_e(v_e)^2/r_0$ bilancia la forza di the Coulomb. Assumendo il raggio atomico (noto come raggio di Bohr) $\mathbf{r_0} \cong 5.3 \times 10^{-9}$ cm (0.53 Å) si dia una stima del tempo di vita, t, del sistema determinato dalla perdita radiativa trascurando gli effetti relativistici e quantistici.
(Suggerimenti. La soluzione di questo problema è facilitata se si usano le unità di misura in Gauss. In questo caso la formula di Larmor è data da $P = {2q^2a^2}\big/{3c^3}$. Il tempo di vita radiativo classico si può ottenere dividendo l'energia cinetica dell'elettrone per la potenza irraggiata a $\mathbf{r} = \mathbf{r_0}$.
(Carica dell'elettrone 4.8×10^{-10} statcoulombs. Massa dell' elettrone $m_e = 9.1 \times 10^{-28}$ g

4- In un esperimento si misura un tempo di vita proprio dei muoni pari a 2.2×10^{-6} s, mentre nel sistema di riferimento del laboratorio esso è 6.6×10^{-6} s.
Si calcoli
a- la massa del muone rispetto al laboratorio quando la sua massa a riposo è $207 m_e$ (m_e :massa a riposo dell'elettrone);
b- la sua energia cinetica;
c- il suo momento
(suggerimento: per il calcolo del momento si usi la relazione $p=\beta E/c$)

5- Utilizzando il teorema di Einstein relativo alla trasformazione delle velocità $v' = \dfrac{v-u}{1-{uv}/{c^2}}$, essendo v' e v le velocità di una particella misurate in due SdR inerziali che si muovono uno rispetto all'altro con velocità u, si domostri, considerando tutte le velocità parallele a , $\hat{x}$ che un fotone si muove con velocità c (velocità della luce) in entrambi is SdR.

6- Si consideri una lasta di vetro in aria (n_a=1) di spesso d e di indice di rifrazione n_v e un'onda elettromagnetica il cui campo $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(kx-\omega t)}$ incide perpendicolarmente sulla lastra di vetro. Si dia l'espressione del campo $\vec{E}$ trasmesso in funzione degli indici di rifrazione nella approsimazione che gli assorbimenti siano trascurabili.

1-COMPITO SCRITTO EOR 26/06/2018

SOLUZIONI

1 PROBLEMA

$\bar{H} = 10^4 \, A m^{-1}$

$\chi = 3.7 \times 10^{-5}$

LA SUSCETTIBILITÀ È DATA DA $\chi = \frac{\bar{M}}{\bar{H}} \Rightarrow \bar{M} = \chi \bar{H}$

$\bar{M} = 3.7 \times 10^{-5} \times 10^{4} = 0.37 \, A m^{-1}$

IL CAMPO $\bar{B}$ È DATO DA $\bar{B} = \mu_0 (\bar{M} + \bar{H}) = 4\pi \times 10^{-7} (0.37 + 10^4) = 1.26\times$

---

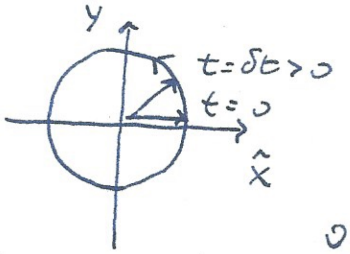
2 PROBLEMA

LE AMPIEZZE $\hat{x}$ E $\hat{y}$ DEL CAMPO SONO UGUALI, MA SONO SFASATE DI $\pi/2 \Rightarrow$ POLARIZZAZIONE CIRCOLARE.

L'ONDA SI PROPAGA LUNGO $\hat{z}$ $(\bar{k} \parallel \hat{z})$. SE OSSERVATA IN UN PUNTO DELLA COORDINATA z, PER ES. $z=0$ (POSIZIONE DEL RIVELATOR E FACCIAMO VARIARE t SI PUÒ DEDURRE CHE IL VETTORE DEL CAMPO $\bar{E}$ RUOTA IN SENSO ANTIORARIO

A $t=0$ E $z=0 \Rightarrow \bar{E} = E_0 \hat{x}$

A $t=\delta t$ E $z=0 \Rightarrow \bar{E} = \bar{E}_0 [\hat{x} \cos(-\omega \delta t) + \hat{y} \sin(\omega \delta t)]$



ORA SCRIVIAMO IL CAMPO IN FORMA COMPLESSA

$\tilde{E} = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \hat{x} + E_0 e^{i(kz-\omega t)} \hat{y}$. NATURALMENTE IL CAMPO FISICO È DATO DA $\bar{E} = \mathbb{R}\{\tilde{E}\} \Rightarrow$ IL CAMPO COMPLESSO LO POSSIAM RAPPRESENTARE COME

$$\begin{vmatrix} E_0 e^{i(kz-\omega t)} \\ E_0 e^{i(kz-\omega t + \pi/2)} \end{vmatrix} = e^{i(kz-\omega t)} \begin{vmatrix} E_0 \\ E_0 e^{i\pi/2} \end{vmatrix} \Rightarrow J = E_0 \begin{vmatrix} 1 \\ e^{i\pi/2} \end{vmatrix} =$$

$$= E_0 \begin{vmatrix} 1 \\ i \end{vmatrix}$$ CHE NORMALIZZATO DIVENTA $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 1 \\ i \end{vmatrix}$

IL CAMPO ORTOGONALE SI OTTIENE DA

$$V_2 \perp V_1 \quad V_2 = \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} \quad [a, b] \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ i \end{vmatrix}^* \Rightarrow a - ib = 0 \Rightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ b = -i \end{matrix} \Rightarrow V_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ -i \end{vmatrix}$$

POLAR. CIRC. DX.

---

3 PROBLEMA

DAL SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA OTTENIAMO

$$\bar{F} = m_e \bar{a} \Rightarrow |\bar{F}| = m_e \frac{v_e^2}{r_0} = \frac{e^2}{r_0^2} \leftarrow \text{FORZA DI COULOMB IN UNITÀ GAUSS}$$

DA CUI OTTENIAMO CHE

$$v_e^2 = e^2 / r_0 m_e \,, \quad a = \frac{v_e^2}{r_0}$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{c^3} = \frac{2e^6}{3 r_0^4 c^3 m_e^2}$$

D'ALTRA PARTE L'ENERGIA CINETICA E' DATA DA $E_K = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{e^2}{2 r_0}$

QUINDI IL TEMPO DI VITA RADIATIVO $\frac{E_K}{P} = \frac{3 r_0^3 c^3 m_e^2}{4 e^4}$

DA CUI SOSTITUENDO I VALORI OTTENIAMO $t \sim 4.7 \times 10^{-11}$ s

---

4 PROBLEMA

1 JOULE $\cong 6.24 \times 10^{18}$ eV

1 - $m = m_0 \gamma$

IL FATTORE γ LO POSSIAMO RICAVARE DAI TEMPI DI DECADIMENTO MISURATI NEI DUE SISTEMI DI RIFERIMENTO

$$\gamma = \tau / \tau_0 = 6.6 \times 10^{-6} / 2.2 \times 10^{-6} = 3 \Rightarrow$$

$$m = 3 \times 207\, m_e = 621\, m_e$$

2. $E_K = (\gamma - 1) m_0 c^2 = 211$ MeV

3. $E = m_0 \gamma c^2 = 3.173$ MeV

$$p = \beta E / c \qquad \beta = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma} = 0.9428$$

$P = 299$ MeV/c

5 PROBLEMA

$$V' = \frac{V - u}{1 - \frac{Vu}{C^2}}$$

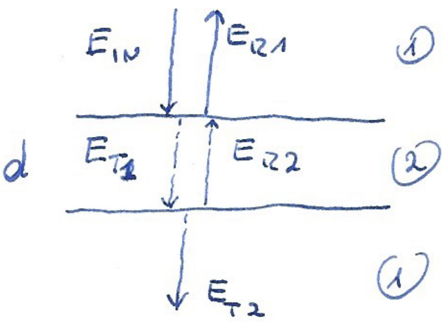
SE IMPONIAMO $V = C$ OTTENIAMO

$$V' = \frac{c - u}{1 - \frac{\cancel{c}\, u}{c^{\cancel{2}}}} = \frac{c\cdot(c-u)}{(c-u)} = c$$

---

6 PROBLEMA

- L'AMPIEZZA DEL CAMPO TRASMESSO SI MODIFICA ALLE INTERFACCE PER EFFETTO DELLA RIFLESSIONE.
- LA FASE DELLA RADIAZIONE TRASMESSA NON CAMBIA.
- LE PERDITE DI ENERGIA e.m. SONO TRASCURABILI $\Rightarrow R + T = 1$ E QUINDI LO SPESSORE DELLA LASTRA E' UN DATO IRRILEVANTE AI FINI DEL PROBLEMA.



A INCIDENZA NORMALE VALE LA RELAZIONE

$$E_{0T} = \frac{2n_1}{(n_1 + n_2)} E_{0IN}$$

QUINDI ALLA INTER. $1 \to 2$ L'AMPIEZZA DEL CAMPO TRASMESSO E' $\frac{2n_1}{(n_1+n_2)} E_{0IN}$. QUESTO E' IL CAMPO INCIDENTE ALLA SECONDA INTERFACCIA $2 \to 1$

$$E_{0T2} = \left(\frac{2n_1}{(n_1+n_2)}\right) \cdot \frac{2n_2}{(n_1+n_2)} E_{0IN}$$

$$E_{0T2} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1+n_2)^2} E_{0IN}$$

ESSENDO $n_1 = 1 \Rightarrow E_{0T2} = \frac{4n_v}{(1+n_v)^2}$.

$$E_{T2} = \frac{4n_v}{(1+n_v)^2} E_{0IN}\, e^{i(kx-\omega t)}$$