

DIPARTIMENTO DI FISICA

Corso di laurea triennale in fisica

Prof. Fulvio Parmigiani

## PROGRAMMA DEL CORSO DI FONDAMENTI DI ELETTRDINAMICA (FED)

### Scopo del corso:

Il corso di fondamenti di elettrodinamica (**fed**) segue quello di elettromagnetismo, dove si assume siano stati appresi i formalismi dell'algebra e della analisi vettoriale, assieme alle nozioni basilari della elettrostatica, della magnetostatica, dell'induzione magnetica e della forza di Lorentz. Lo scopo del presente corso è offrire allo studente del secondo anno della laurea di base in fisica le nozioni fondamentali dell'elettrodinamica classica (ED) e dimostrare che il suo impianto teorico è consistente con la relatività speciale di A. Einstein, i.e. invariante rispetto alle trasformazioni Lorentz, ma non rispetto a quelle di Galileo e quindi inconsistente con i postulati newtoniani di spazio e tempo assoluti.

Di fatto l'ED è una teoria relativistica che si basa sui seguenti postulati: i) principi della relatività einsteiniana; ii) equazioni di Maxwell; iii) equazione di Lorentz (forza). Dunque, è una teoria "covariante", ovvero le sue leggi non dipendono da qualsivoglia sistema di riferimento inerziale. Sarà importante scoprire in futuro che questo paradigma è stato applicato con successo a tutte le teorie fondamentali della fisica moderna a partire da quelle che descrivono le quattro interazioni fondamentali fino a estenderlo alle teorie più sofisticate (e speculative) delle super-stringhe e a quelle quantistiche più avanzate.

Per quanto ci riguarda, da questi postulati e dalle loro conseguenze, può essere derivata, in modo convincente, un'amplessima fenomenologia delle interazioni elettromagnetiche. Tuttavia, una stringente analisi delle proprietà di coerenza interna dell'ED mette in evidenza delle inconsistenze che la rendono una teoria incompleta.

Per essere più espliciti possiamo osservare che l'ED assume le cariche come puntiformi o come una funzione continua di cariche puntiformi,  $Q(\mathbf{r}, t)$  o  $q(\mathbf{r}, t)$ . Postulati questi ispirati dagli assiomi della geometria euclidea, ma oggettivamente le cariche non sono punti "euclidei" elettricamente carichi, ma oggetti con dimensioni fisiche e la cui "quantità di elettricità" è quantizzata. Inoltre le cariche elettriche, oltre che essere diadiche (sono solo due), sono opposte di segno e uguali in valore assoluto. Fatto questo dato per scontato, ma per nulla compreso e dimostrato.

Queste sono osservazioni sperimentali, oggettive e universali, ma sul piano pratico potrebbero essere superate invocando, di volta in volta, le approssimazioni del caso e quindi nascondendo l'aspetto fondante della inconsistenza interna dell'ED. Essa è invece resa esplicita da un fenomeno noto come reazione di radiazione "radiation reaction" (\*). Questo effetto, intrinsecamente elettrodinamico, viola esplicitamente l'invarianza sotto inversione temporale e dunque esso è inconciliabile con la conservazione delle leggi di simmetria dettate dai postulati dell'ED. La reazione di radiazione, in definitiva, ci induce a prendere atto che si tratta di un fenomeno di simmetria violata spontaneamente che rende irrimediabilmente incongruente l'ED classica.

Questione, questa, profonda che sovrasta tutte le altre ragioni di incongruenza interna e qui *corre l'obbligo di segnalare, ai quattro studenti che mi hanno seguito fin qui che questo argomento, che una volta posto sul piano metodologico, nel senso etimologico del termine, essa rivela la differenza sostanziale tra incongruenze (congruenze) fenomenologiche e tra incongruenze (congruenze) logiche, quando si tratta di analizzare una teoria fisica.*

Questa incongruenza troverà la sua soluzione definitiva nella formulazione quantistica dell'elettrodinamica (**quantum electrodynamics, qed**). A questo proposito non sfuggirà allo studente attento che l'inconciliabilità della teoria ED classica con alcuni fenomeni fisici

macroscopici, come la radiazione del corpo nero, le righe di assorbimento spettrale, la stabilità degli atomi, giusto per citarne alcuni tra i più noti, in ultima analisi ha un'origine profonda e poco evidente che possiamo ricondurre a una questione di simmetria violata spontaneamente più che alla struttura non puntiforme e quantizzata della carica elettrica.

Per questo, a buona ragione, l'ED è considerata una teoria fisica del continuo macroscopico, propedeutica alla fisica moderna "tout court" e descrivibile con il formalismo dell'algebra e del calcolo vettoriale o con quello più avanzato del calcolo tensoriale, ovvero con una matematica derivata dalla fluido-dinamica e dalla teoria dell'elasticità. Quindi l'ED è una teoria classica a tutti gli effetti, dove l'incongruità con la meccanica newtoniana è stata risolta scoprendo la sua natura relativisticamente covariante e nel contempo dimostrando che la meccanica newtoniana è un'approssimazione di quella relativistica nel limite di  $v \ll c$ , mentre la sua incongruenza intrinseca viene risolta con una teoria "esterna", se mi si passa il termine, come la fisica quantistica. Teoria questa non facilmente addomesticabile dalle nostre intuizioni o schematismi a cui ci ha abituati la "fisica macroscopica", basti pensare all'idea di vuoto classico e al vuoto quantistico, ma che ancora non spiega alcune questioni fondamentali come il valore quantizzato della carica elettrica oltre che essere inconciliabile con le teorie più sofisticate della gravità.

Ma qui dovremo limitarci a costruire gli strumenti fondamentali delle interazioni elettromagnetiche riconducibili alla ED classica e quindi lasciamo queste questioni come sfondo agli argomenti che andremo a trattare nel corso di FED.

Per inquadrare correttamente come l'ED è stata reinterpretata nell'ambito di una teoria relativistica, ricordiamo che nel 1884 Oliver Heaviside, in concomitanza con lavori simili di Josiah Willard Gibbs e Heinrich Hertz, raggruppò venti fondamentali equazioni del trattato di Maxwell in un insieme di sole quattro, rappresentate tramite una notazione vettoriale. Questo gruppo di equazioni era conosciuto come equazioni di Hertz-Heaviside o di Maxwell-Hertz e ora sono universalmente note come equazioni di Maxwell.

Nella sua formulazione pre-relativistica l'elettrodinamica utilizza lo spazio euclideo e il tempo come elementi assoluti e quindi formula le sue leggi tramite un formalismo spazio-vettoriale o spazio-tensoriale, dove il tempo è una variabile, se non un parametro, indipendente. Tuttavia, questo assetto teorico risultò inconciliabile con le trasformazioni di Galileo, perché non-covariante rispetto alle trasformazioni di coordinate della meccanica newtoniana. Questa insanabile dicotomia creò problemi concettuali e sperimentali che portarono, da una parte all'ipotesi di un etere assoluto e dall'altra alla ricerca di soluzioni tese a ricondurre l'elettrodinamica nell'alveo di una teoria, in un qualche modo, invariante rispetto ai postulati della meccanica newtoniana. La consistenza di questi tentativi è addirittura imbarazzante, ma storicamente comprensibile. Come spesso accade nella evoluzione della fisica, inconsistenze gravi trovano la soluzione partendo da principi semplici e eleganti. Nel nostro caso i principi della relatività speciale e, in ultima sintesi, le trasformazioni di Lorentz, di cui quelle di Galileo sono un'approssimazione per velocità relative  $v \ll c$ .

Tuttavia, un'analisi più attenta dei principi della relatività speciale e in particolare di quello che richiede che tutte le leggi fisiche devono avere la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali, ci porta a una considerazione riconducibile, ancora una volta, a una questione di coerenza logica che riguarda la natura del fenomeno fisico e la sua interpretazione formale. Un fenomeno fisico è una manifestazione oggettiva e osservabile della Natura, mentre la sua riduzione formale è una sovrastruttura costruita in modo artificiale per interpretarlo e eventualmente quantificarlo. Quindi si tratta di due circostanze di costituzione diversa, dato che la prima è una manifestazione della Natura, indipendente dall'osservatore, mentre la seconda è un artificio (una sovrastruttura) protempore, mutabile e modificabile che non interagisce e non può alterare la Natura. Ebbene questa è la relazione tra le leggi della fisica e i sistemi di riferimento che usiamo per descrivere il fenomeno fisico. Se l'osservazione di questo muta a seconda dei sistemi di riferimento sono questi a essere incoerenti e non certamente la Natura. Questa è un

problema centrale di tutti i formalismi della fisica, ovvero, in ultima analisi, di come si trasformano le coordinate (intese in senso lato) quando si passa da un sistema di riferimento a un altro. Naturalmente, non vi sfuggirà che questa non è un problema intrinseco della fisica, ma dei postulati sui quali si basa la matematica delle trasformazioni delle coordinate.

Come detto prima la soluzione della cesura tra l'ED e la meccanica di Galileo-Newton si basa sui postulati della relatività einsteiniana, ma si concilia anche con la formulazione di uno spazio quadridimensionale (spazio di Minkovski) il cui elemento si base è il quadri-vettore spazio-temporale, poi fatto proprio, mediante il formalismo dell'algebra e del calcolo tensoriale, dalla relatività speciale prima e da quella generale poi. Contestualmente questo sviluppo geometrico-matematico ha aperta la strada alla formulazione tensoriale della teoria ED classica, dalla quale discende il formalismo usato dalla **qed**, e quello delle più recenti e avanzate teorie quantistiche dei campi, ivi compresa quella gravitazionale.

A questo proposito mi corre l'obbligo di fare osservare ai miei studenti che l'ED sta alla base di molta parte della fisica moderna. Dalla quantizzazione del campo elettromagnetico ne deriva la seconda quantizzazione e quindi le teorie quantistiche di campo, ivi compresa quella delle superstringhe, che sono rette da una struttura teorica comune. Per convincersi di questo basti pensare che *"tutte le interazioni fondamentali soddisfano i principi della relatività einsteiniana e ammettono una formulazione covariante e la conseguente conservazione dei quadri-momento lineare e angolare. Inoltre, ciascuna di queste interazioni si trasmette attraverso lo scambio di una o più particelle bosoniche che sono rappresentate da campi vettoriali o tensoriali la cui dinamica è controllata da un'invarianza di gauge locale. Il teorema di Nöther associa poi a ciascuna invarianza, e quindi a ciascun bosone intermedio, una grandezza fisica conservata..."* [ K. Lechner, Elettrodinamica Classica, Springer -2013]. Infine, possiamo mettere in evidenza che la dinamica delle quattro interazioni fondamentali discende da un principio variazionale comune, "quaestio" questa tanto oscura quanto affascinante.

Se le teorie delle interazioni fondamentali sono la discendenza diretta delle quantizzazioni di campo che si sono evolute dall'ED classica (modello standard, teoria delle stringe e gravitazione quantistica), oggi, l'ottica quantistica e le sue applicazioni, acquistano sempre più interesse, a partire da quelle riguardanti le comunicazioni e informazioni quantistiche e il calcolo quantistico. Lo studente non deve lasciarsi sfuggire la non tanto celata relazione tra dinamiche sociali e ricerca, oggi fortemente orientata verso lo sviluppo dell'informazione e delle comunicazioni di massa al punto che mi azzardo a chiamare questo settore ingegneria gestionale quantistica, con tutto quello che questa definizione implica.

Ma una nota particolare, la vorrei anche dedicare a quella che nel nostro Paese è la "cenerentola" della fisica moderna scrivendo alcune righe sugli sviluppi ultimi della teoria quantistica di campo della materia condensata. Parto citando A. Zee che nella prefazione alla seconda edizione del suo libro Quantum Field Theory in a Nutshell scrive *"I will teach you how to calculate, but I also have what I regard as a higher aim, to convey to you an enjoyment of quantum field theory in all its splendors (and by "all" I mean not merely quantum field theory as defined by some myopic physicists as applicable only to particle physics."*

Potrei dilatare di molto questo argomento, ben oltre i limiti di una sinopsi di un corso di ED classica, ma mi voglio limitare a alcune osservazioni, fruibili come una mappa, seppure a bassissima risoluzione, per gli studenti interessati allo studio di sistemi la cui fisica discende da confinamenti spaziali della materia condensata, all'equilibrio o fuori equilibrio, dell'ordine del nanometro, da meccanismi fisici su scale di energia  $\ll 1\text{meV}$ , temporali dell'ordine del femtosecondo, temperature  $\ll \text{nK}$  e interazioni di campo zero, i.e. forza di Casimir e di van der Waals controllano gli stati e le fasi del sistema. Oggi queste condizioni sono accessibili sperimentalmente e l'impalcatura teorica per interpretarle, in parte ancora

da sviluppare, deriva dalle teorie quantistiche di campo [per esempio vedi Piers Coleman, Introduction to many-body Physics, Cambridge].

Naturalmente, suscita sorpresa notare come da una parte gli esperimenti su scale di energia sempre più piccole adottino con successo la stessa costruzione teorica di quelli su scale di energia sempre più grandi. Forse, proprio in questo "cortocircuito" sta il fascino della fisica e della sua più profonda epistemologia.

Punto cruciale dell'ED sono le relazioni tra i campi e i potenziali, basate sul principio dell'azione non-istantanea a distanza. Essa implica tempi ritardati tra l'effetto e richiede una descrizione formale complessa che svela il come, ma non il perchè, ha origine e si propaga la radiazione elettromagnetica. Questa interpretabile anche come il mediatore, privo di carica e di massa (diventerà il fotone nella formulazione quantistica), dell'interazione tra cariche elettriche in moto accelerato, condizione "sine qua non" per generare onde elettromagnetiche.

Tuttavia, un'interpretazione che ancora una volta rivela l'incompletezza dell'ED classica, dato che la forza di Coulomb tra cariche statiche o in moto relativo uniforme non generano e quindi non possono interagire tramite onde e.m.. Ancora una volta questa inconsistenza dell'ED classica trova una spiegazione nella formulazione quantistica, da cui deriva il fotone virtuale che in questo caso è appunto il mediatore dell'interazione tra cariche non accelerate (\*\*). Resta dunque il fotone la particella che media le interazioni elettrodinamiche. Particella peculiare e negletta per anni questa, che essendo priva di massa e di carica non è soggetta, a sua volta, a un'interazione elettromagnetica reciproca, i.e. non interagisce con i campi e.m..

Questo è lo scenario, espresso in modo sintetico e lacunoso, dentro il quale sarebbe mia ambizione collocare le lezioni di ED classica.

Questo ciclo di lezioni inizierà con alcune considerazioni concettuali e formali sui sistemi di misura, mentre per quanto riguarda gli aspetti formali, le proprietà di simmetria e la formulazione algebrico-analitica, su base vettoriale o tensoriale, costituiscono gli elementi portanti per una sintesi formale e efficace delle nozioni di elettrodinamica che saranno esposte in questo corso.

Le unità di misura delle grandezze fisiche saranno espresse nel SI (MKSA), ma senza altra ragione se non quella che la maggior parte dei lavori scientifici e dei libri di testo moderni che trattano di fisica o che implicano l'uso di grandezze fisiche, usano questo sistema di misura.

Passeremo poi allo studio di sistemi elettrodinamici oscillanti e risonanti, chiudendo così l'argomento relativo ai processi dissipativi (resistenza ohmica) e conservativi dell'energia potenziale (capacitori) e dell'energia cinetica (induttori). Quindi dimostreremo i teoremi di conservazione della carica, dell'energia e dei momenti (lineare e angolare). Questo argomento cruciale sarà trattato con esempi specifici con lo scopo di portare lo studente verso una interpretazione delle leggi di conservazione più generale e astratta, ovvero di grandezze fisiche come la quantità di moto (momento lineare), il momento angolare e l'energia non più legati a una massa.

Il corso procederà formulando alcune delle possibili combinazioni delle equazioni di Maxwell utili a descrivere il comportamento dei campi elettromagnetici e la loro propagazione nello spazio libero, nei mezzi omogenei e non-omogenei. Nel caso dei mezzi non-omogenei sarà necessario formulare le condizioni di continuità (relazioni al contorno) per i campi propaganti da un mezzo all'altro. Da queste otterremo le relazioni che descrivono le onde e.m., ovvero la loro propagazione lineare nella materia omogenea e in quella non omogenea (con brevi cenni a quella isotropa e non isotropa) evidenziando la differenza tra l'ottica geometrica (deducibile anche dal principio di Fermat e che traccia la propagazione della luce) e l'ottica fisica, questa solo derivabile dalla teoria elettrodinamica (ottica fisica) e che descrive quantitativamente come si propaga e distribuisce l'energia

e.m., ivi comprese la sovrapposizione di onde (interferenza) e/o loro diffusione dovuta a meccanismi perturbativi (ostacolo più o meno opaco) nel processo di propagazione (diffrazione). Esempi e problemi saranno esposti a corredo delle lezioni.

Il punto cruciale di un corso di ED classica è dato dalle relazioni che legano i campi ai potenziali. In particolare, quando essi variano nel tempo danno origine a mutue interazioni rese formalmente "complicate" da un segnale (mediatore) che viaggia a velocità finita, come ricordato prima e purtuttavia semplificate da "gauge" che ne riducono la complessità analitica.

La comprensione degli aspetti formali e concettuali della rappresentazione dei campi e dei potenziali è cruciale per la descrizione dei processi radiativi. L'emissione di onde e.m., che si osserva solo quando una carica elettrica è soggetta a una forza, ovvero è accelerata, oppure quando un circuito elettrico è percorso da una corrente che varia nel tempo, ma che peraltro è elettricamente neutro, è ben descritta dalla ED classica a livello macroscopico.

Tuttavia, giova ricordare ancora che essa fallisce nella descrizione di sistemi atomici, così come fallisce nella descrizione della radiazione emessa da un "corpo nero" o nel rendere conto di un processo noto come "radiation reaction" (reazione di radiazione).

I concetti della relatività speciale sono introdotti progressivamente partendo dalla dimostrazione che alcune delle equazioni di Maxwell non sono invariati rispetto alle trasformazioni di Galileo. La scoperta di trasformazioni (trasformazione delle coordinate tra sistemi di riferimento inerziali) per le quali l'ED è invariante, paradossalmente nasce da considerazioni su esperimenti realizzati con lo scopo di osservare l'etere luminifero (Michelson-Morley). Questi portano H. Poincaré e H. Lorentz a formulare un insieme di trasformazioni spazio-temporali rispetto alle quali le leggi dell'ED e della meccanica risultano invarianti, mentre la meccanica newtoniana risulta come un'approssimazione della meccanica relativistica nel limite di velocità  $\ll c$ . Su queste basi A. Einstein formulerà da principi primi la teoria elettrodinamica *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento), ma nota come "relatività speciale", in base alla quale non era necessaria alcuna ipotesi sull'etere (1905). Solo alcuni anni più tardi (1919) Einstein rivedrà la sua drastica posizione circa l'esistenza dell'etere, ma dandogli un significato che, ancora una volta, apriva un orizzonte nuovo, ovvero la stretta connessione tra spazio (fisico), geometria e tempo.

*«Sarebbe stato più corretto se nelle mie prime pubblicazioni mi fossi limitato a sottolineare l'impossibilità di misurare la velocità dell'etere, invece di sostenere soprattutto la sua non esistenza. Ora comprendo che con la parola etere non si intende nient'altro che la necessità di rappresentare lo spazio come portatore di proprietà fisiche.»* Da una lettera di A. Einstein a H. Lorentz del 1919.

Noi insisteremo su questi concetti e affronteremo questa questione dimostrando che le trasformazioni di Lorentz sono la conseguenza del secondo postulato della relatività speciale quando si considerano sistemi di riferimento inerziali in moto relativo in uno spazio fisico omogeneo e isotropo. Struttura formale efficace di queste assunzioni sono lo spazio di Minkowski (spazio-tempo) e la sua metrica. Introduciamo poi le notazioni formali dei 4-vettori e le basi dell'algebra e del calcolo tensoriali e quindi dimostreremo che il prodotto scalare di tra due 4-vettori spaziali è invariante rispetto alle trasformazioni di Lorentz e quindi lo spazio di Minkowski è uno spazio iperbolico. La cinematica e dinamica relativistiche saranno dedotte come la conseguenza matematica dei postulati della relatività speciale e saranno formulate con il formalismo 4-vettoriale dopo aver introdotto il concetto di tempo proprio e velocità propria. Dalla dinamica relativistica dimostreremo il teorema dell'energia e la relazione momento-energia  $E^2 = pc^2 + (mc^2)^2$ .

L'ultimo argomento del corso riguarderà l'elettrodinamica relativistica con le trasformazioni dei campi e la dimostrazione che il campo magnetico è un effetto relativistico dovuto a cariche elettriche in moto relativo. Infine vedremo come si trasformano i campi e da queste trasformazioni saranno introdotti il tensor di campo e il suo duale ( $F^{\mu\nu}$ ;  $G^{\mu\nu}$ ), le relazioni di Maxwell in forma tensoriale  $\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = \mu_0 J^\mu$  e  $G^{\mu\nu} = 0$  e il potenziale 4-vettore  $A^\mu = (V/c, \mathbf{A})$  e

quindi il tensore di campo espresso in termini di  $A^\mu$ :  $F^{\mu\nu} = \partial A^\nu / \partial x^\mu - \partial A^\mu / \partial x^\nu$  e il gauge di L.V. Lorenz\*\*\*,  $\partial A^\mu / \partial x^\mu = 0$ . Le ultime lezioni saranno dedicate alla formulazione dell'elettrodinamica con metodi Lagrangiani e Hamiltoniani.

La dove sarà possibile e utile verranno adottati in modo elementare concetti e formalismi non del tutto famigliari allo studente del secondo anno della laurea di base in fisica, quali la funzione di Green, l'algebra e il calcolo tensoriale, geometrie non-euclidee, concetti e proprietà di simmetria e topologia e alcuni aspetti elementari della teoria dei gauge.

Un'ultima considerazione riguarda i problemi. Rimane nostra ferma convinzione che la comprensione della fisica e quindi del fenomeno e della sua rappresentazione astratta (teoria) si riscontra tramite la capacità di risolvere i problemi, ma questo aspetto richiede, in primis, la capacità di formulare il problema. Questo è, a nostro avviso, il modo migliore, o forse l'unico modo, per accertare il livello di comprensione del fenomeno fisico.

Alcuni problemi sono a complemento delle lezioni, altri sono parte integrante delle stesse. In ogni caso, come spesso capita per una teoria come l'elettrodinamica, sarebbe una ingenuità pensare di creare "nuovi" problemi da "vecchie" idee. Queste sono state percorse e sperimentate dalle più brillanti menti degli ultimi due secoli. Di fatto, e più in generale, i problemi non nascono mai come singoli eventi, ma sono sempre concatenati fra loro e quindi raramente originali. In ogni caso, ogni qualvolta sarà possibile, sarà fornita la sorgente del problema.

Infine una riflessione per gli studenti portati alle speculazioni filosofiche è offerta da una frase, attribuita a Platone e riportata nel Teeteto (369 a.c. ca) e che si vocifera fosse scritta anche sulla porta della Scuola di Atene,

**“Non entri chi non conosce la Geometria”.**

Questa ingiunzione ci porta a considerare l'inscindibilità della conoscenza per la nostra specie e pone, in modo autorevole e inderogabile, la questione del tecnicismo e del frazionamento del sapere scientifico, così come lo stiamo sperimentando da alcuni decenni a questa parte. Questa evoluzione della conoscenza, sempre più simile a un processo che tende a collettivizzare il sapere, potrebbe aumentare l'efficienza con cui si sviluppano le informazioni scientifiche, ma certamente riduce la libertà di ricerca e la creatività o perlomeno la colloca in un contesto incognito e dagli esiti non prevedibili. Temo che il sapere scientifico collettivo vada a vantaggio della soluzione dei problemi, ma a discapito della loro formulazione, questa sorgente prima della creatività.

Volendo essere provocatorio, pongo agli studenti la questione sull'importanza comparata tra saper risolvere (correttamente) i problemi e saperli formulare (correttamente).

### **Approfondimenti: Storia dell'Elettrodinamica\_Darrigol.pdf**

*\*) Reazione di radiazione nota anche come forza di Abraham-Lorentz o forza di Lorentz-Abraham. Essa si identifica con la forza di rinculo su una particella carica in accelerazione causata dalla particella che emette radiazioni elettromagnetiche. È anche chiamata la forza di reazione alle radiazioni, la forza di smorzamento delle radiazioni o l'auto-forza.*

*\*\*) In fisica, una particella virtuale (o eccitazione virtuale di un campo quantistico) è una manifestazione temporanea della carica di una particella durante un processo di scattering. In altre parole è una particella che ha limitazioni imposte dalla relazione di indeterminazione energia-tempo e che non ha modo di ottenere l'invarianza relativistica nello spazio-tempo, ovvero l'energia che può avere non è legata ai possibili valori di impulso (si dice che la particella è off-shell).*

*Peskin, M.E., Schroeder, D.V. (1995). An Introduction to Quantum Field Theory, Westview Press, ISBN 0-201-50397-2, p. 80.*

*Mandl, F., Shaw, G. (1984/2002). Quantum Field Theory, John Wiley & Sons, Chichester UK, revised edition, ISBN 0-471-94186-7, pp. 56, 176.*

\*\*\*) Fino a poco tempo fa si scriveva "Lorentz", in onore del fisico olandese H. A. Lorentz, ma ora è attribuito a L. V. Lorenz  
Vedi J. Van Bladel, rivista IEEE Antenne e Propagazione, 33, 69 (1991); J.D. Jackson e L. B. Okun, Rev. Mod. Phys., 73, 663 (2001)

## PROGRAMMA

### 1- Note introduttive

1.1- Le prime lezioni saranno dedicate ad alcune riflessioni sulla carica elettrica, lo spazio geometrico e lo spazio fisico, il carattere e la natura delle equazioni di Maxwell e della forza di Lorentz, alla definizione di grandezze osservabili (misurabili) e variabili (dipendenti e indipendenti), natura e limiti della teoria elettromagnetica classica. Differenza tra spazio fisico vuoto e spazio fisico libero. Esiste uno spazio fisico vuoto?

**Contest: 5.6 Charged Particle in Crossed Electric and Magnetic Fields**

1.2- Significato geometrico degli operatori vettoriali ( $\nabla$ ;  $\nabla\bullet$ ;  $\nabla\times$ ) -**problemi da appunti**.

1.3- Cenni a simmetria e leggi di conservazione -**esempi**-

[http://web.hep.uiuc.edu/home/serrede/P435/Lecture\\_Notes/P435\\_Supp\\_HO\\_06.pdf](http://web.hep.uiuc.edu/home/serrede/P435/Lecture_Notes/P435_Supp_HO_06.pdf).

Zangwill - *Modern Electrodynamics* Cap. 15;

1.4- Unità di misura (esu, emu, Gauss, Heaviside-Lorentz, SI-MSKA) e implicazioni fisiche (**vedi Appendix on Units and Dimensions su Jackson, John D. (1999). Classical ED; -solo in parte**).

**Problema:** <http://physics.princeton.edu/%7Emcdonald/examples/dandh.pdf>

1.5- Campi **E** e **B** statici semplici -richiami - **Esempio:**

<http://physics.princeton.edu/%7Emcdonald/examples/perfect.pdf>

**Problema:** <http://physics.princeton.edu/%7Emcdonald/examples/helmholtz.pdf>

1.6- Equazioni di Maxwell, in assenza di cariche e correnti, con cariche e correnti nello spazio libero e nella materia. **Contest:**

<http://physics.princeton.edu/%7Emcdonald/examples/resistivedisk.pdf>.

1.6- Le relazioni costitutive dell'ED -richiami- suscettibilità elettrica e magnetica e loro significato.

1.7- Equazione delle onde. Onde e.m. come combinazione delle eqs. di Maxwell.

1.8-  $c \equiv$  velocità della luce nello spazio libero e  $\mu_0\varepsilon_0$  (significato di permittività elettrica  $\equiv$  costante dielettrica e permeabilità magnetica). Esempi dell'andamento di  $\mu$  e  $\varepsilon$  nella materia ( $\mu_m; \varepsilon_m$ ) e significato fisico dei loro valori relativi.

1.9- Perché la luce non ha una velocità infinita? Origine del termine  $(\mu_0\varepsilon_0^{-1}) \equiv Z_0$ , definito come impedenza dello spazio libero. **The ladder circuits problem. (Macchi Cap. 7 e <https://physics.stackexchange.com/questions/79364/why-does-vacuum-have-a-nonzero-characteristic-impedance-towards-electromagnetic>)**. Le forze fisiche, l'azione a distanza e le particelle-mediatore (fotoni, gluoni, bosoni e gravitoni).

1.10 - Induttanza e correnti parassite (eddy currents). **Problemi Zangwill Example 14.5**

1.11 - Riflessione sulla natura del campo magnetico. **Zangwill: Application 14.7 Thomson's Jumping Ring. Contest: D. Griffiths Prob.7.59.**

1.12- Cenni al monopolo magnetico. **Zangwill: Application 11.1 The Point Magnetic Monopole**

### 2- Leggi di conservazione (o di continuità)

Si tratta di un argomento di fondamentale importanza per l'ED classica. Seguiremo il testo e gli esempi riportati dai testi **David J. Griffiths - Introduction to Electrodynamics** e **Zangwill - Modern Electrodynamics;**

2.1- **Carica e energia**. Esistono due varietà di carica uguali (se la compensazione fosse meno di una sola parte su  $10^{10}$  la materia (atomi) esploderebbero. La carica si conserva globalmente (la carica totale dell'universo è costante). Se una carica si sposta da un punto all'altro dello spazio, questo non può essere istantaneo, ma deve avvenire lungo un percorso continuo dal punto iniziale a quello finale (conservazione locale della carica). Questo aspetto risulta da una precisa legge matematica che esprime la conservazione locale della carica - si chiama equazione della continuità,  $\nabla\bullet\mathbf{J} = -\partial_t\rho(\mathbf{r},t)$ . Sebbene nulla nell'ED classica, essendo una teoria del continuo, richieda che la carica sia quantizzata, di fatto la carica elettrica è quantizzata e quindi grandezze come la densità di carica e di corrente, a rigore, non possono essere funzioni spazio-temporali continue della carica complessiva. Il quanto di carica è la carica dell'elettrone (protone). Questa fondamentale



unità di carica è estremamente piccola ( $-1,602176634 \times 10^{-19}$  C, dove  $1C=1A/s$ ), quindi per motivi pratici è di solito opportuno ignorare del tutto la quantizzazione.

## 2.2- Teorema di Poynting e equazione di continuità dell'energia.

Si tratta di un teorema fondamentale dell'ED. Esso definisce il vettore di Poynting  $\mathbf{S}$

**Problemi: Macchi Cap. 8: 8.1 Poynting Vector(s) in an Ohmic Wire; 8.2 Poynting Vector(s) in a Capacitor; 8.3 Poynting's Theorem in a Solenoid. EOR\_MIT\_POYTING**

## 2.3- La terza legge di Newton in ED. Il momento "nascosto". Una interessante analogia: tensore elastico e il tensore stress di Maxwell. Esempio: D. Griffiths 8.2.1

L'equazione di continuità del momento lineare. Il tensore di stress e.m. è la forza per unità di superficie (o stress) che agisce sulla superficie di un volume di cariche. Più precisamente, la componente del tensore  $T_{ij}$  è la forza (per unità di area) nella direzione  $i$ -esima che agisce su un elemento di superficie orientato nella direzione  $j$ -esima - Gli elementi "diagonali" ( $T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}$ ) rappresentano la pressione, e gli elementi non-diagonali ( $T_{xy}, T_{xz}$ , ecc.) sono le forze di scorrimento (per unità di area), i.e. forze parallele alle superfici.

2.6- L'equazione di continuità del momento angolare e.m..

**Application 15.2, 15.3 Zangwill. Cap. 15 Zangwill pagg. 507-528.**

**Esempi: D. Griffiths 8.1, 8.2, 8.3, 8.4**

2.7 - Leggi di conservazione nella materia **Zangwill Leggi di conservazione nella materia pag. 522**

## 3- Circuiti Elettro-magnetici

3.1 - Oscillazioni e risonanze. Questo è un argomento di fondamentale importanza in fisica. Per questo motivo la questione relativa alle oscillazioni e risonanze dei sistemi elettrodinamici sarà introdotto su una base più generale. Questa lezione comprenderà i seguenti argomenti: Oscillatore lineare - Risonanza - Impulsi casuali - Risonanza parametrica- Variazione adiabatica dei parametri - Oscillatore non lineare - Risonanza non lineare (**Stupacov Lectures**). **Contest 6.12 Macchi Mutual Induction Between Circular**

**Loops - Approfondimenti PICCOLE\_OSCILLAZIONI\_Landau5**

3.2 - Circuiti LR, Circuiti LC, Circuiti RC (**Problemi: EOR\_RLC\_C.C.2, EOR\_RLC\_C.C\_PROB**)

3.3 - Circuiti a corrente alternata (ac) - Circuiti RLC ac a maglia singola in serie, in parallelo, risonanti. Potenza nei circuiti a corrente alternata (**EOE\_RLC\_AC\_PROBLEMI\_MIT.pdf**  
**EOE\_RLC\_AC\_PROBLEMI\_IIT, EOR\_RLC\_AC\_PROB**)

3.4 - Circuiti Superconduttori. Modello Drude della Conducibilità (**Approfondimenti EOR\_DRUDE\_MODEL.pdf**). Prima equazione di London. Seconda equazione di London. Modello classico di un superconduttore (**MIT\_6.763 2003 Lecture 4**)

## 4 - Onde Elettromagnetiche-Ottica Fisica

La natura delle onde e.m. è strettamente connessa alla corrente di spostamento nella carica/scarica di un condensatore. Le onde e.m. semplici risultano da una combinazione lineare delle equazioni di Maxwell in assenza di cariche e di campi ovvero alle relazioni incrociate tra i rotori dei campi e la loro variazione temporale ( $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}$ ;  $\nabla \times \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \partial_t \mathbf{E}$ ) in uno spazio fisico omogeneo e isotropo caratterizzato da una simmetria totale con riferimento a  $\epsilon_0 \mu_0$  e da  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ;  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ . Da queste osservazioni ne consegue che in base al teorema di Helmholtz le onde e.m. sono caratterizzate da campi trasversali (rispetto alla direzione di propagazione). Vale la pena notare che da questa osservazione nascono anche delle conseguenze importanti relative all'elettrodinamica, alla propagazione delle onde e.m. e alla relatività speciale. Infatti, dal fatto che  $\epsilon_0 \mu_0$  sono proprietà dello spazio fisico (si misurano con esperimenti statici: Coulomb e Biot-Savart e il loro valore non dipende dal sistema di riferimento inerziale), ma sono anche legate alla velocità di propagazione dell'onda e.m. dalla relazione  $c = 1/(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$  ne deriva che  $c = \text{cost.}$  è una proprietà intrinseca dello spazio fisico libero. Risulta anche evidente che l'onda e.m. che si propaga nello spazio fisico libero non richiede un mezzo di supporto per la propagazione, come per esempio richiedono le onde meccaniche e quindi questa osservazione rende l'ipotesi dell'etere, come matrice di propagazione che supporta il moto ondulatorio, del tutto superflua, a meno che si consideri come etere uno spazio fisico isotropo e omogeneo caratterizzato da  $\epsilon_0 \mu_0$ . I fenomeni ottici della riflessione, della diffusione (scattering) e della diffrazione nascono quando lo spazio

fisico nei quali si propaga l'onda e.m. non è più isotropo e omogeneo (per esempio quando si passa da un mezzo a un altro caratterizzato da valori differenti di  $\epsilon$  e  $\mu$ ). Testi di riferimento *David J. Griffiths - Introduction to Electrodynamics*; *Zangwill - Modern Electrodynamics*. *FOWLES - Introduction to Modern Optics (possono essere suggeriti dei testi complementari per approfondimenti OPTICS\_NOTES.pdf)*. **Problemi:** [EOR\\_Hecht\\_Theory\\_and\\_Problems\\_of\\_Optics\\_Schaum\\_1975.pdf](#)

4.1 - L'equazione delle onde e.m.. ([MIT\\_EM\\_WAVES\\_ENERGY\\_POWER.pdf](#))

4.2 - Onde e.m. in 1D. Onde sinusoidali, natura vettoriale delle onde e.m. Rappresentazione complessa delle onde. Vantaggi della rappresentazione complessa. Onde progressive e onde regressive. ([EOR\\_WAVES\\_HARVARD\\_COPY.PDF](#))

4.3- Energia e momento di un'onda e.m.. Densità di energia di un'onda e.m.. Vettore di Poynting di un'onda e.m., pressione di radiazione di un'onda e.m.. Definizione di irradianza (intensità). **Problema Macchi 8.7 Intensity and Angular Momentum of a Light Beam Contest: Problema 9.12 D. Griffiths.**

5.6 - Polarizzazione. Rappresentazione della polarizzazione tramite i vettori di Jones. La polarizzazione come stato classico della luce caratterizzato da due vettori linearmente indipendenti (basis-set = 2). ([EOR\\_JONES.pdf](#)). Similitudini con lo stato di spin delle particelle fermioniche. **Approfondimenti:** [Polarization\\_MIT8\\_03SCF16\\_Text\\_Ch12.pdf](#); [Polarization\\_lecture17\\_0.pdf](#).

5.7 - Propagazione delle onde e.m. nella materia isotropa e omogenea, limitate a interazioni lineari. *D. Griffiths Cap. 9.3*

5.8 - Propagazione nei mezzi conduttori. Modello di Drude per la conducibilità ottica. Frequenza di plasma. [EOR\\_DRUDE\\_MODEL.pdf](#)

5.9- Equazioni di Fresnel. Angolo di Brewster. *Fowles Introd. Modern Optics; D. Griffiths Cap. 9*. Onda evanescente. **Contest: problema 9.39 D. Griffiths; EOR\_Tut-Problem-Set3-Solution.pdf; per approfondimenti EOR\_WAVE\_ETH\_EVANESCENT\_WAVE.pdf; EOR\_EVANESCENT\_WAVE.pdf; EOR\_EVANESCENT\_WAVE\_POYTING\_MIT.pdf; Contest Macchi 11.10 Onde di superficie**

5.10- Propagazione di un impulso di luce. Velocità di fase e velocità di gruppo. Loro significato fisico. *Zangwill - Modern Electrodynamics Cap. 18*

5.11- Propagazione nei mezzi ottici birifrangenti. Cenni. *Zangwill - Modern Electrodynamics Cap. 18*

5.11- Modelli classici dell'interazione radiazione-materia. Origine micro-fenomenologica classica dell'indice di rifrazione (oscillatore di Abraham-Lorentz-Drude). *J. Griffiths - Introduction to Electrodynamics. Zangwill - Modern Electrodynamics Cap. 18.*

**Approfondimenti** [EOR\\_LORENTZ\\_DRUDE\\_4](#); [EOR\\_Light-Matter Interaction\\_LORENTZ\\_OSCILL..pdf](#); [EOR\\_MIT6\\_007S11\\_Lorentz\\_Drude.pdf](#). **Problema Macchi 11.1 Propagazione in un conduttore a alta e bassa frequenza. 11.7 Approfondimenti: Macchi 11.7 Birifrangenza magnetica ed effetto Faraday.**

5.12 - Il principio della sovrapposizione lineare e l'esperimento di Young

5.13 - L'interferometro di Michelson. La funzione di correlazione. Interferenza e autocorrelazione. L'interferometro come autocorrelatore.

5.14 - Coerenza di un'onda e.m. (trasversale e longitudinale). Misura della coerenza (visibilità delle frange di interferenza). Relazione tra monocromaticità e coerenza longitudinale. Coerenza classica al secondo ordine (esperimento di Hanbury-Brown-Twiss (HBT) come varietà di processi di correlazione e anti-correlazione delle fluttuazioni di intensità.

5.15 - Teoria della diffrazione nella approssimazione di campi scalari. Le basi fenomenologiche della diffrazione. Descrizione della diffrazione come trasformata di Fourier. **Problemi:** [EOR\\_MIT\\_INTERFERENCE\\_DIFFRACTION\\_PROBLEMS\\_2018.pdf](#) ; **ESEMPI:** [EOR\\_BASIC\\_OPTICS\\_2018.pdf](#)

5.16 - Teorema di Kirchhoff. Formula di Fresnel-Kirchhoff

5.17 - Diffrazione di Fraunhofer. Diffrazione da fenditure rettangolari singola e multiple. Diffrazione da apertura circolare

5.18 - Diffrazione di Fresnel. Zone di Fresnel e calcolo delle figure di diffrazione nella approssimazione di Fresnel.

5.19 - Applicazione della trasformata di Fourier alla diffrazione.

[Problemi: EOR\\_OPTICS\\_PROBLEM\\_PRINCETON\\_2018.pdf](#);

[EOR\\_SK2300+Problems+and+solutions\(1\).pdf](#)

## **6- Potenziali e Campi**

Il problema fondamentale della ED classica è quello di calcolare il comportamento elettrodinamico di una carica che interagisce a distanza con un insieme di cariche e/o correnti che evolvono temporalmente e spazialmente. La soluzione classica prende la forma di una teoria dei campi. Ovvero lo spazio intorno ad una carica elettrica è permeato da campi elettrici e magnetici. Una seconda carica, in presenza di questi campi, sperimenta una forza. Quindi i campi possono essere interpretati come i mediatori dell'interazione a distanza, ovvero le entità fisiche tramite le quali si possono descrivere le interazioni tra cariche e correnti elettriche. Un caso interessante è costituito dal caso in cui una carica subisce un'accelerazione. Quando questa circostanza si verifica i campi si modificano in modo sostanziale e danno origine a campi elettromagnetici (e.m.) che si propagano alla velocità della luce, portando con sé energia, momento lineare e momento angolare. Mentre nel caso di fenomeni elettromagnetici non-radiativi i campi potevano essere interpretati come una sovrastruttura conveniente sotto l'aspetto matematico-formale, l'esistenza della radiazione e.m. ci costringe a pensare i campi come entità dinamiche indipendenti a sé stanti, nel senso che essi esistono anche nello spazio libero, ovvero privo di cariche e correnti. Nondimeno è sorprendente notare come per rilevare i campi sia necessaria almeno una carica elettrica sulla quale essi esercitano una forza che, in ultima analisi, è l'unica grandezza direttamente osservabile e misurabile. Quindi sono le proprietà fondamentali della carica elettrica all'origine dei fenomeni elettrodinamici. Ciò nonostante, l'evoluzione della teoria ED richiede di spostare l'attenzione dallo studio delle forze in gioco tra cariche a una teoria dei campi tout court, quindi da una descrizione meccanicistica a una nuova e concettualmente più astratta. Così formulata l'ED sembra non richiedere l'uso dei potenziali. Dunque, qual è il vantaggio o meglio il significato fisico dei potenziali? In effetti, nel corso di elettromagnetismo si è fatto uso dei potenziali scalare e vettore statici per calcolare, in casi specifici, i campi  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  indipendenti dal tempo e quindi le forze agenti sulla cariche. Con l'ED deriveremo le relazioni tra i potenziali scalare  $V(\mathbf{r},t)$  e vettore  $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$  e i campi  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$  dipendenti dal tempo. Scopriremo prima che i potenziali e di conseguenza i campi statici, sono un caso particolare di quelli dipendenti dal tempo e che i potenziali possono essere definiti a meno di un gauge, ovvero un'operazione che permette di usare potenziali diversi e semplificativi del calcolo sotto la condizione che i campi restino invariati. Scopriremo anche che quando le cariche si muovono di moto accelerato (ovvero sono soggette a una forza) i campi risultano dalla combinazione lineare di una componente di velocità,  $\propto 1/r^2$  e il cui flusso di energia per unità di tempo (vettore di Poyting  $\mathbf{S}$ )  $\rightarrow 0$  per  $r \rightarrow \infty$  e da una componente di accelerazione  $\propto 1/r$  per cui  $\mathbf{S}$  risulta una grandezza finita per  $r \rightarrow \infty$  e da cui è possibile calcolare l'energia irraggiata. Ma nella sostanza l'unico vero vantaggio ottenuto dall'utilizzo dei potenziali è di tipo matematico. Per estensione anche l'ED classica che descrive i campi  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$  e  $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$  nella materia utilizza i potenziali come funzioni matematiche utili al fine del calcolo. Tuttavia, a livello microscopico  $V(\mathbf{r},t)$  e  $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$  non sono solo semplicemente convenienti, ma diventano cruciali per la quantizzazione del campo elettromagnetico, che come abbiamo richiede l'esistenza di un mediatore, il fotone che nel caso più generale delle teorie delle interazioni fondamentali trova la controparte nelle particelle mediatrici, i.e. bosoni W e Z nella teoria elettrodebole, i gluoni nella cromodinamica quantistica e l'ipotetico gravitone nella relatività generale. In questo insieme di lezioni tratteremo anche i potenziali di Lienard-Wiechert per un punto carica in moto arbitrario e ne deriveremo anche i rispettivi campi costruendo così le basi per lo studio della radiazione elettromagnetica generata da cariche in moto accelerato.

[J. Griffiths - Introduction to Elettrodynamics Cap. 10. Approfondimenti - Zangwill - Modern Electrodynamics Cap. 18](#)

7.1 - Formulazione dei potenziali - Potenziali scalare e vettore [ESEMPIO Griffiths 10.1](#);  
[ESEMPIO - Zangwill - 20.1](#)

7.3 - Trasformazione di Gauge. Gauge di Coulomb (statica) e di Lorenz (dinamica) (\*)  
Problemi. [Approfondimenti: Storia\\_Invarianza\\_Gauge\\_Jackson.pdf](#)

**ESEMPLI: J. Pierrus- Solved Problems in Classical E.M.: Questions: 8.2, 8.5, 8.6, 8.7**

**Contest: Griffiths Prob. 10.4**

7.4 - Rappresentazione della forza di Lorentz mediante potenziali potenziale.

7.4 - Potenziali ritardati; Potenziali di Liénard-Wiechert. **ESEMPIO: Griffiths 10.3.**

7.6 - Campi di una carica in movimento. Carica accelerata e carica a  $\mathbf{v}=\text{cost.}$  . **ESEMPIO: Griffiths 10.4**

(\*) *Fino a poco tempo fa si scriveva "Lorentz", in onore del fisico olandese H. A. Lorentz, ma ora è attribuito a L. V. Lorenz, il danese. Vedi J. Van Bladel, IEEE Antennas and Propagation Magazine 33(2), 69 (1991); J.D. Jackson e L. B. Okun, Rev. Mod. Phys. 73, 663 (2001).*

## **8 - Radiazione**

Nelle lezioni precedenti abbiamo avuto modo di introdurre il fenomeno della emissione radiativa come conseguenza del moto accelerato di cariche elettriche o di correnti variabili nel tempo. Ora vogliamo considerare la fenomenologia e il formalismo che mettono in relazione il campo e.m. e le sue sorgenti,  $\rho(\mathbf{r}',t)$  e  $\mathbf{J}(\mathbf{r}',t)$ . Da queste lezioni emergeranno due importanti aspetti, che del resto abbiamo già accennato. Il primo riguarda la formulazione del campo e.m. in un dato punto del P dello spazio fisico in relazione al fatto che esso riflette le proprietà delle sorgenti del campo relative a un tempo precedente (ritardato)  $t_r=t-r/c$ , dove  $\mathbf{r}$  è il vettore posizione dall'origine O di un sistema di riferimento arbitrario e il punto P (\*). Il secondo consiste nel osservare che il processo radiativo è irreversibile. Noi deriveremo le formule esplicite per i campi di radiazione come integrali sulle densità delle sorgenti e utilizzeremo un'analisi della linea di campo per mostrare come i campi che sono riconoscibilmente connessi alle loro sorgenti si "liberano" ed evolvono in onde a propagazione libera. Il trattamento di Larmor di una carica accelerata che si muove lentamente e di un'antenna a dipolo lineare verranno utilizzati per illustrare la radiazione e le sue caratteristiche.

**J. Griffiths - Introduction to Elettrodinamica Cap. 11. Approfondimenti - Zangwill - Modern Electrodynamics Cap. 20**

(\*) *Ritz verso Einstein*

*La natura non causale del potenziale avanzato ha innescato un vivace scambio tra Albert Einstein e il fisico svizzero Walther Ritz. Essi hanno discusso se, per una questione di principio fisico, il potenziale ritardato debba essere utilizzato solo per discutere i fenomeni elettromagnetici. Ritz ha sostenuto che il potenziale ritardato è scelto dalla Natura per distinguere il passato dal futuro e che questa scelta è alla base della seconda legge della termodinamica. Einstein sosteneva che il potenziale avanzato e quello ritardato sono ugualmente validi per l'uso in qualsiasi volume finito dello spazio e che l'origine della seconda legge dovrebbe essere ricercata nelle leggi della probabilità. I due giovani teorici concordarono di non essere d'accordo in un articolo di un solo paragrafo. Due mesi dopo la pubblicazione dell'articolo, Ritz morì di tubercolosi all'età di 31 anni. La storia ha confermato il punto di vista di Einstein.*

8.1 - Cos'è la radiazione e.m. **Zangwill - Modern Electrodynamics Cap. 20.5**

8.2 - Radiazione da dipolo elettrico

8.2 - Radiazione da dipolo magnetico

8.3 - Radiazione da una sorgente arbitraria **ESEMPIO: Griffiths 11.2**

8.4 - Potenza irradiata da un punto carica (formula di Larmor e Liénard) **ESEMPIO: Griffiths 11.3.**

**Problemi: J. Pierrus- Solved Problems in Classical E.M.: 11.20; Macchi: 10.2, 10.3 - Contest Macchi 10.10**

8.5 - Reazione di radiazione. **J. Griffiths - Introduction to Elettrodinamica Cap. 11.2.2 Approfondimenti Zangwill - Modern Electrodynamics Cap. 23.6**

**Problemi: J. Pierrus- Solved Problems in Classical E.M.: 11.20; Macchi: 10.12**

## 9 - Relatività Speciale e Elettrodinamica

*The special theory of relativity owes its origin to Maxwell's equations of the electromagnetic field.*

*Albert Einstein (1949)*

*"La relatività speciale è la teoria che descrive come diversi osservatori, muovendosi a velocità costante l'uno rispetto all'altro, riferiscono le rispettive misure delle grandezze relative allo stesso evento fisico e tramite trasformazioni opportune delle coordinate spazio-temporali (trasformazioni di Lorentz) riconciliano queste osservazioni. Questa descrizione è completamente accurata, ma nasconde il fatto che la relatività speciale ha modificato radicalmente la concezione dello spazio e del tempo dei fisici. Essa oscura anche la profonda connessione tra la relatività speciale e l'elettromagnetismo, una connessione che Albert Einstein ha scelto di sottolineare nel paragrafo iniziale del suo rivoluzionario articolo sull'argomento (1905):*

*"È risaputo che l'elettrodinamica di Maxwell, come viene solitamente intesa al momento attuale quando applicata a corpi in movimento, porta ad asimmetrie che non sembrano essere inerenti al fenomeno. Prendiamo, ad esempio, l'azione reciproca di un magnete e di un conduttore. Il fenomeno osservabile in questo caso dipende solo dal moto relativo del conduttore e del magnete, mentre la visione abituale distingue nettamente i due casi in cui l'uno o l'altro di questi corpi è in movimento."*

La questione che riguardava Einstein era la differenza percepita tra campi elettromagnetici "trasformatori" e campi elettromagnetici "mobili" quando un conduttore e un magnete si muovono l'uno rispetto all'altro (Vedi Griffiths - Cap. 7.2 *Electromagnetic Induction - Faraday's law*). Dal punto di vista del conduttore, il magnete in movimento produce un campo elettrico in ogni punto dello spazio, anche all'interno del corpo del conduttore, dove induce una corrente. Dal punto di vista del magnete, nessun campo elettrico appare da nessuna parte e la forza magnetica di Lorentz è responsabile del flusso di corrente. Einstein trovava l'incontestabile accettazione di questa asimmetria intollerabile per la descrizione di un singolo fenomeno fisico. Era anche preoccupato di un paradosso che lo aveva tormentato fin dall'età di 16 anni.

*"Se inseguo un raggio di luce con la velocità  $c$ , dovrei osservare un tale raggio di luce come un campo elettromagnetico spazialmente oscillatorio a riposo. Tuttavia, non sembra esistere una cosa del genere, sia sulla base dell'esperienza che secondo le equazioni di Maxwell."*

Le considerazioni di Einstein su questi argomenti controversi lo hanno portato al concetto di relatività della simultaneità e ad una teoria dello spazio e del tempo che l'ha costretto ad abbandonare i principi della dinamica newtoniana. Invero, la relatività speciale è un argomento concettualmente sottile, proprio perché la relatività della simultaneità non si deduce partendo da nozioni intuitive basate sulle leggi di Newton. Alcune di queste sottigliezze (qui a proposito consiglio a tutti gli studenti la lettura, prima o poi, della biografia scientifica di Einstein, *Sottile è il Signore di A. Pais - Bollati Boringhieri*) sono fonte di "paradossi" che confondono l'inesperto e l'incauto (e anche l'esperto e il diffidente). I paradossi hanno un grande valore per coloro che desiderano approfondire un argomento, ma tuttavia non hanno un ruolo di rilievo nella nostra presentazione della relatività speciale. Il nostro obiettivo è quello di far conoscere al lettore il linguaggio, le principali conseguenze e le applicazioni contemporanee della teoria, in particolare per quanto riguarda l'elettromagnetismo classico."

*Tradotto dalla Introduzione del Cap. 22 - Zangwill - Modern Electrodynamics*

Per questi argomenti del corso di FED **fornirò i miei appunti**, non perché non esistono testi di grande impatto e importante valore scientifico e pedagogico (vedi per esempio V. Barone, *Relatività - Bollati Boringhieri* - oppure, per un testo più formale, Éric Gourgoulhon, *Special Relativity in General Frames - Springer* - giusto per citarne due tra i molti), ma perché questi testi sono troppo estesi, mentre i capitoli sulla relatività speciale riportati da **J. Griffiths - Introduction to Electrodynamics e Zangwill - Modern Electrodynamics**, sono per certi versi o troppo concisi o poco intuitivi, almeno per quanto riguarda certi argomenti.

Tuttavia, ai fini dell'esame di FED il contenuto di questi due testi, per quanto riguarda la relatività speciale, è più che sufficiente.

Il materiale complementare indicato a colori e in grassetto negli argomenti precedenti (**ESERCIZI**, **Approfondimenti**, **Problemi**, **Contest**, **Testi complementari**) sarà fornito con gli appunti.

### **9.1 Trasformazioni di Galileo**

9.1.1- La relatività galileiana e newtoniana.

9.1.2- Lo spazio assoluto, il tempo e i sistemi di riferimento inerziale nella meccanica newtoniana.

9.1.3- Il problema della massa nella meccanica newtoniana.

9.1.4- La non invarianza galileiana delle equazioni di Gauss, Maxwell-Ampère e della continuità di carica.

9.1.5- La non invarianza galileiana dell'equazione d'onda.

### **9.2 - La questione dell'etere come quadro assoluto**

9.2.1- L'etere come quadro di riferimento assoluto.

9.2.2- Gli esperimenti Michelson-Morley.

9.2.3- L'origine sperimentale del  $1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ .

9.2.4- L'ipotesi di Lorentz-Fitzgerald.

9.2.5- Il trascinamento del telaio e l'aberrazione stellare.

9.2.6- Da Poincaré a Einstein.

### **9.3 - I principi di relatività**

9.3.1- Le congetture e i postulati di Einstein.

9.3.2- Le conseguenze dei postulati della relatività speciale.

9.3.3- La relatività della simultaneità come conseguenza di  $c=\text{const.}$  per tutti gli osservatori inerziali.

9.3.4- Dilatazione temporale - Contrazione di Lorentz (esperimenti gedanken).

9.3.5- Causalità e località. Sincronizzazione degli orologi. Esempi rilevanti.

### **9.4 - Le trasformazioni di Lorentz**

9.4.1- Trasformazioni classiche delle coordinate.

9.4.2- Formalismi a matrice e relativi esempi

9.4.3- Le trasformazioni di Lorentz come conseguenza dell'omogeneità e isotropia dello spazio-tempo e del postulato  $c=\text{const.}$

9.4.4- Composizione della velocità in relatività speciale.

9.4.5- Geometria dello spazio-tempo e della relatività.

### **9.5- La struttura dello spazio-tempo**

9.5.1- Il diagramma spazio-tempo. La definizione di "boost" e il formalismo della matrice

9.5.2- I diagrammi spazio-temporali.

9.5.3- Rappresentare più di un osservatore inerziale in un unico quadro di riferimento spazio-temporale.

9.5.4- Rappresentazione grafica delle trasformazioni di Lorentz. **Esempi rilevanti.**

9.5.5- Definizione della rapidità e della rappresentazione coerente della matrice di Lorentz.

9.5.6- Lo spazio Minkowski.

9.5.7- Diagramma spazio-tempo.

### **9.6- Trasformazioni di Lorentz nella notazione spazio-tempo.**

9.6.1- Introduzione della notazione spazio-temporale a 4 vettori. Convenzioni e formalismi.

9.6.2- La notazione del tensore. Regole di base e formalismi.

9.6.3- Notazione covariante e controvariante.

9.6.4- Trasformazioni di Lorentz nel formalismo della matrice. **Esempi rilevanti**

### **7- La metrica dello spazio-tempo**

- 9.7.1- Prodotto scalare e distanze nello spazio euclideo 3D. Distanze come invarianti dello spazio euclideo.
- 9.7.2- La metrica euclidea. Rappresentazione della matrice e del tensore metrico.
- 9.7.3- Il prodotto scalare di 4-vettori.
- 9.7.4- Il prodotto scalare il 4-vettori è invariante di Lorentz. Dimostrazione.
- 9.7.5- La metrica dello spazio Minkowski.

### 9.8- L'invarianza dell'intervallo spazio-tempo.

- 9.8.1- Analogie tra gli spazi Euclidea e Minkowski.
- 9.8.2- Definizione di intervallo invariante (I) nello spazio Minkowski.
- 9.8.3- Revisione dello spazio Minkowski.
- 9.8.4- Significato fisico di  $I < 0$ ,  $I = 0$  e  $I > 0$ .
- 9.8.5- La geometria iperbolica dello spazio-tempo relativistico.
- 9.8.6- Quantità invarianti di Lorentz.

### 9.9- La cinematica relativistica

- 9.9.1- La meccanica relativistica nello spazio Minkowski.
- 9.9.2- Definizione di tempo proprio.
- 9.9.3- Definizione di velocità corretta.
- 9.9.4- Il 4-vettore velocità e il suo significato formale.
- 9.9.5- Trasformazioni della velocità e il significato delle componenti del tempo e dello spazio.

### 9.10- La dinamica relativistica - Parte 1

- 9.10.1- Il momento lineare a 4 vettori ( $p^\mu$ ).
- 9.10.2- Significato del componente  $p^0$ .
- 9.10.3- Energia cinetica relativa.
- 9.10.4- Grandezze Lorentz invarianti e grandezze conservate.
- 9.10.5- La relazione energia relativistica-momento.
- 9.10.6- Le particelle a massa zero: il fotone e il neutrino.

### 9.11- La dinamica relativistica - Parte 2

- 9.11.1- Decadimento delle particelle
- 9.11.2- Collisioni di particelle relativistiche
- 9.11.3- Equazioni di moto relativistico per una particella accelerata
- 9.11.4- Azione-reazione nelle dinamiche relativistiche. Fallimento del terzo principio della meccanica newtoniana.
- 9.11.5- Particella di carica in un campo elettrico e magnetico uniforme.
- 9.11.6- La forza di Minkowski.

### 9.12- L'elettrodinamica relativistica.

- 9.12.1- Cariche in movimento e origine relativistica del campo magnetico.
- 9.12.2- Come  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  si trasformano.
- 9.12.3- I tensori elettromagnetici. Il tensore di campo  $F^{\mu\nu}$  e il doppio tensore  $G^{\mu\nu}$
- 9.12.4- Il modulo delle equazioni di Maxwell  $\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = \mu_0 J^\mu$  and  $G^{\mu\nu} = 0$
- 9.12.5- L'elettrodinamica in notazione a tensore.
- 9.12.6- Il tensore di campo e il potenziale 4-vettore  $\mathbf{A}^\mu = (V/c, A_x, A_y, A_z)$ :  $F^{\mu\nu} = \frac{\partial A^\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\nu}$
- 9.12.7- Invarianze di gauge e gauge di Lorentz ( $\partial A^\mu / \partial x^\mu = 0$ ).
- 9.12.8 - Cenni alla formulazione Lagrangiana e Hamiltoniana dell'ED.

### TESTI DI RIFERIMENTO

**Di seguito vi riporto un elenco di testi che ho utilizzato negli anni per preparare il corso.**

**Il materiale fondamentale per l'esame lo trovate tutto nei TESTI PRINCIPALI. Sarà mia cura fornirvi, di volta in volta i materiali e i problemi utili al corso. Qui di seguito per completezza e correttezza vi riporto i riferimenti bibliografici principali che ho utilizzato. Una buona raccolta degli appunti delle lezioni e delle esercitazioni dovrebbero essere sufficienti per imparare le nozioni fondamentali dell'ED oggetto delle lezioni e per risolvere i problemi.**

Principali consigliati:

**David J. Griffiths - Introduction to Electrodynamics - Prentice Hall o qualsiasi altra edizione)**

**Grant R. Fowles - Introduction to Modern Optics (limitatamente all'ottica fisica) -Dover**

Sussidiari:

**Andrew Zangwill - Modern Electrodynamics - Cambridge**

Problemi:

**J. Pierrus- Solved Problems in Classical E.M - Oxford**

**A. Macchi, G. Moruzzi F. Pegoraro - Problems in Classical Electromagnetism - Springer**

**Testi complementari utilizzati dal docente per la preparazione delle lezioni:**

Wolfgang K.H. Panofsky e Melba Phillips - Classical Electricity and Magnetism - Dover

Purcell- Morin -Electricity and Magnetisms - Cambridge

Halliday-Resnick-Krane - Fisica 2 (limitatamente ai circuiti e.m. oscillanti) - Casa Editrice Ambrosiana.

Robert Resnick – Introduction to Special Relativity – John Wiley & Sons

**ESERCIZI, Approfondimenti, Problemi, Contest, Testi complementari saranno scaricabili, di volta in volta dalla pagina web del docente**

<http://www.elettra.eu/PEOPLE/index.php?n=FulvioParmigiani.HomePage>

utilizzando la voce in alto a sinistra: Materiale Didattico