

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
FEDERICO II

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI

Corso di Laurea Triennale in Fisica



Sviluppo di un apparato per la
generazione di singoli fotoni con
entanglement tra polarizzazione e
momento angolare orbitale

Relatore:

Prof. Lorenzo MARRUCCI

Correlatore:

Dott. Ebrahim KARIMI

Laureanda:

Martina ESPOSITO

ANNO ACCADEMICO 2009/1010

A chi mi ha donato ali e radici...

Introduzione

Questa tesi nasce dalla mia partecipazione all'attività di ricerca sperimentale coordinata dal dott. E. Karimi, finalizzata alla realizzazione di uno stato entangled di singolo fotone, nei gradi di libertà di momento angolare orbitale e di momento angolare di spin.

L'esperimento, cui ho contribuito con il mio lavoro in laboratorio, ha due obiettivi principali.

Il primo è quello di creare una sorgente di singolo fotone, utilizzando la seguente strategia sperimentale:

Si sfrutta il fenomeno della fluorescenza parametrica (SPDC)¹ per generare coppie di fotoni correlati in polarizzazione. I due fotoni di ciascuna coppia generata vengono separati spazialmete, uno dei due viene rivelato, funzionando da trigger, mentre l'altro è libero di essere usato come singolo fotone.

È importante osservare che una sorgente di singolo fotone potrebbe crearsi anche classicamente, utilizzando un fascio di luce talmente attenuato da rendere possibile la rivelazione di un solo fotone alla volta. In questo caso, però, per quanto si riesca ad attenuare il fascio, ci sarà sempre una probabilità non nulla di rivelare più di un fotone. La nostra sorgente, invece, sfruttando la fluorescenza parametrica, ci garantisce, all'istante dettato dal trigger, l'esistenza di uno e un solo fotone, cosa che corrisponde ad uno stato quantistico che non ha analogo classico.

Più dettagliatamente, il fascio luminoso proveniente dalla sorgente principale (laser

¹La sigla si riferisce alla definizione inglese del fenomeno: *Spontaneous Parametric Down Conversion*.

al Titanio:Zaffiro) viene raddoppiato in frequenza tramite generazione di seconda armonica, per motivi che saranno spiegati in seguito, e poi fatto interagire con un cristallo di β -borato di bario (BBO) per dar luogo alla SPDC.

Il cristallo è ottimizzato in maniera tale da avere un phase-matching di tipo II. Ciò fa in modo che i fotoni creati (detti *signal* e *idler*) abbiano polarizzazioni lineari ortogonali. Questa proprietà rende possibile la loro separazione spaziale tramite un divisore di fascio polarizzatore (PBS). Una volta localizzati in luoghi diversi, i due fotoni possono essere rivelati indipendentemente e se ne può verificare la simultaneità della generazione.

In questo modo si crea una sorgente di singolo fotone, in quanto, all'istante dettato dal trigger, ovvero dalla rivelazione del fotone *idler*, si ha la certezza che, seppur localizzato altrove, il fotone *signal* esiste ed è unico e si trova in un ben determinato stato quantistico.

Il secondo obiettivo dell'esperimento è quello di generare uno stato entangled sfruttando la sorgente di singolo fotone creata.

Nello specifico, si fanno incidere i fotoni *signal* su un sistema ottico costituito da più componenti: lamine a quarto d'onda, lamine a mezza onda e q-plates. Le prime sono lamine rifrangenti che modificano lo stato di polarizzazione del fotone, fornendo un ritardo di fase rispettivamente di $\frac{\pi}{2}$ e π , le q-plates sono dispositivi capaci di provocare, nel fotone, la conversione del momento angolare di spin (SAM) in momento angolare orbitale (OAM). Quest'ultimo processo è detto brevemente STOC (SAM-to-OAM Conversion).

Il momento angolare di spin (che tiene conto della polarizzazione) e il momento angolare orbitale sono variabili quantistiche indipendenti di un fotone, che differiscono principalmente per le dimensioni dei loro spazi di Hilbert: 2 quelle del SAM, infinite quelle del OAM.

La tesi ha lo scopo di descrivere la realizzazione e l'utilizzo dell'apparato sperimentale, presentando le teorie fisiche alla base del suo funzionamento. Essa è organizzata in quattro capitoli:

- Nel primo capitolo sono introdotte le nozioni base del concetto quantistico di entanglement e ne sono accennate le possibili applicazioni scientifiche e tecnologiche.
- Nel secondo capitolo è presentato il fenomeno della fluorescenza parametrica (SPDC) e il suo utilizzo nella generazione di fotoni correlati, partendo dall'analisi dei fenomeni ottici non lineari del secondo ordine e approfondendo il significato del phase-matching.
- Nel terzo capitolo è analizzato il significato fisico del momento angolare orbitale (OAM) e del momento angolare di spin (SAM) associati ad un fotone e sono approfondite le caratteristiche e le proprietà del dispositivo q-plate, con particolare attenzione al processo di STOC (SAM-to-OAM Conversion) in regime di fotoni quantistici.
- Nel quarto capitolo è descritta l'attività sperimentale vera e propria, la realizzazione dell'apparato strumentale, le misure effettuate e i risultati ottenuti, analizzando gli obiettivi raggiunti e non.

Indice

Introduzione	i
1 Entanglement	1
1.1 Stati entangled quantistici	1
1.2 Sorgenti di fotoni entangled	3
1.3 Applicazioni scientifiche e tecnologiche	3
2 Generazione di coppie di fotoni correlati mediante fluorescenza parametrica	5
2.1 Fenomeni di ottica non lineare del secondo ordine	6
2.1.1 Proprietà della suscettività elettrica	7
2.1.2 Interazione a tre onde viaggianti	8
2.1.3 Amplificazione parametrica e fluorescenza parametrica	10
2.2 Mezzi anisotropi	12
2.2.1 Cristalli uniassici	13
2.3 Phase matching per birifrangenza	14
3 Entanglement tra polarizzazione e momento angolare orbitale di un singolo fotone	19
3.1 Momento angolare della luce	20
3.1.1 SAM	21
3.1.2 OAM	22
3.2 Dispositivo q-plate e SAM-to-OAM Conversion (STOC)	23
3.3 Ottimizzazione termica ed elettrica del dispositivo q-plate	26

3.4	Generazione di stati entangled tramite il dispositivo q-plate	28
3.4.1	Rappresenzazione di stati entangled mediante matrici densità	30
4	Esperimento	33
4.1	Generazione di una sorgente di singolo fotone	34
4.2	Entanglement in regime classico	37
	Bibliografia	43
	Bibliografia	43

Elenco delle figure

2.1	Fluorescenza parametrica: leggi di conservazione.	6
2.2	Rappresentazione schematica del processo di amplificazione parametrica.	11
3.1	Rappresentazione schematica dell'esperimento di Beth.	20
3.2	Esempi di onde elicoidali, con elicità: (a) $m = +1$; (b) $m = -1$; (c) $m = +2$; (d) $m = -2$ [11].	21
3.3	Esempi di geometrie del dispositivo q-plate. Le tangenti alle linee in figura indicano le direzioni locali dell'asse ottico. (a) $q = 1/2$ e $\alpha_0 = 0$; (b) $q = 1$ e $\alpha_0 = 0$; (c) $q = 1$ e $\alpha_0 = \pi/2$. Gli ultimi due casi corrispondono a q-plates con simmetrie rotazionali, che danno luogo ad una perfetta conversione di SAM in OAM, senza trasferimento di momento angolare al mezzo [11].	24
3.4	Schema dell'azione della q-plate ($q = 1$) su un fascio di luce polarizzato circolarmente [12].	26
3.5	Setup sperimentale per l'accordatura della q-plate termica [13].	28
3.6	Dati sperimentali di accordatura di una q-plate termica (a) e di una q-plate elettrica (b). Nel grafico (b), in blu è indicata la frazione di potenza del fascio convertito, in rosso quella del fascio non convertito.	29

4.1	Rappresentazione schematica dell'apparato strumentale. I due riquadri si riferiscono ai due banchi ottici utilizzati in laboratorio. La luce proveniente dalla sorgente viene raddoppiata in frequenza attraverso il BBO (tipo I), poi fa fluorescenza parametrica attraverso il BBO (tipo II), generando coppie di fotoni correlati, di cui il fotone idler viene rivelato dal detector D_T (Detector Trigger) e il fotone signal passa attraverso un sistema che serve a generare e misurare lo stato entangled, e che termina con il rivelatore D_1 . Con H e Q indichiamo le lamine birifrangenti a mezza onda e a quarto d'onda.	35
4.2	Rappresentazione schematica del set up per la generazione e la misura di stati entangled in regime classico. Con H e Q indichiamo le lamine birifrangenti a mezza onda e a quarto d'onda. Con QP è indicato il dispositivo q-plate.	38
4.3	Parte reale e immaginaria delle matrici densità del fascio uscente dalla q-plate per tre diverse configurazioni. Nel caso (a) il fascio in ingresso ha polarizzazione circolare sinistra; nel caso (b) il fascio in ingresso è polarizzato linearmente; nel caso (c) il fascio in ingresso ha polarizzazione circolare destra.	39

Capitolo 1

Entanglement

Negli ultimi anni sono stati realizzati un numero sempre crescente di esperimenti basati sul concetto quantistico di *entanglement*¹. Questo termine, difficilmente traducibile in italiano, indica una particolare correlazione tra due o più particelle, che fa sì che solo lo stato complessivo di queste sia ben determinato, ma non si possa stabilire con esattezza lo stato specifico della singola particella indipendentemente da quello delle altre.

L'entanglement si può realizzare con qualsiasi tipo di particelle (atomi, ioni, etc.), nel nostro caso si è fatto uso di fotoni.

Poiché una trattazione completa dell'argomento esula dagli scopi di questa tesi, in questo capitolo verranno solo introdotte le nozioni base necessarie a comprendere le proprietà degli stati entangled e ne saranno accennate le applicazioni.

1.1 Stati entangled quantistici

Si consideri un sistema quantistico che può trovarsi in due stati distinguibili $|0\rangle$ e $|1\rangle$, che costituiscono la base del suo spazio di Hilbert rappresentativo; fisicamente esso può essere costituito, ad esempio, da un fotone per cui si prendono come base due possibili valori della polarizzazione lineare ($|H\rangle$ orizzontale e $|V\rangle$ verticale) o circolare ($|R\rangle$ destra e $|L\rangle$ sinistra), oppure da un elettrone del quale

¹La traduzione letterale di "entanglement" è "intrecciamento".

si considerano i due possibili valori di spin, o ancora da due livelli energetici in un sistema atomico. Dalla meccanica quantistica discende che i possibili stati fisici del sistema sono descritti dalla sovrapposizione dei due stati base e sono rappresentabili mediante la funzione d'onda

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1.1)$$

dove $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, essendo $|\alpha|^2$ la probabilità di trovare il sistema nello stato $|0\rangle$ e $|\beta|^2$ la probabilità di trovarlo nello stato $|1\rangle$.

Quando si passa a considerare contemporaneamente due sistemi A e B di questo tipo, il sistema globale può trovarsi non solo in uno dei quattro stati base ($|0\rangle_A|0\rangle_B$; $|0\rangle_A|1\rangle_B$; $|1\rangle_A|0\rangle_B$; $|1\rangle_A|1\rangle_B$), ma, per il principio di sovrapposizione, anche in una sovrapposizione lineare di questi.

In particolare, si dice che A e B sono sistemi entangled quando la funzione d'onda globale è del tipo:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle_A|1\rangle_B \pm \beta|1\rangle_A|0\rangle_B \quad (1.2)$$

oppure

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle_A|0\rangle_B \pm \beta|1\rangle_A|1\rangle_B \quad (1.3)$$

Se i coefficienti complessi α e β risultano uguali, si hanno i cosiddetti *stati di Bell*, che corrispondono al massimo grado di entanglement:

$$|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|1\rangle_B \pm |1\rangle_A|0\rangle_B) \quad (1.4)$$

$$|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A|0\rangle_B \pm |1\rangle_A|1\rangle_B) \quad (1.5)$$

Uno stato di questo tipo è detto *entangled* poichè non può essere fattorizzato nel prodotto degli stati di singolo sistema $|i\rangle_j$ ($i = 0, 1$; $j = A, B$) e pertanto non è possibile assegnare uno stato ben definito ad A e B separatamente, ma è determinato solo quello del sistema complessivo A+B.

Nel nostro esperimento, si vuole fare in modo che lo stato quantistico di un singolo fotone sia *entangled* nei gradi di libertà di polarizzazione e di momento angolare

orbitale. La procedura per realizzare questo entanglement "interno" al singolo fotone sarà illustrata nel dettaglio in seguito.

1.2 Sorgenti di fotoni entangled

Le sorgenti più utilizzate per produrre coppie di fotoni entangled sfruttano due diversi fenomeni fisici: processi di transizione atomici in cascata, oppure fluorescenza parametrica in cristalli non lineari del secondo ordine.

Il primo tipo di sorgenti presenta un grosso inconveniente dovuto al fatto che il decadimento atomico con emissione di due fotoni è un processo a tre corpi e da ciò consegue l'impossibilità di determinare con precisione la direzione dei fotoni emessi: infatti, una volta che sia stato individuato un fotone, la direzione dell'altro fotone emesso dipende anche dalla direzione di rinculo dell'atomo, in quanto è l'impulso totale del sistema che deve conservarsi. Pertanto l'efficienza raggiungibile nella rilevazione di due fotoni correlati è estremamente bassa.

Attualmente le sorgenti di solito impiegate sfruttano la fluorescenza parametrica in cristalli ottici non lineari del secondo ordine, che consente di ottenere fotoni emessi lungo direzioni fortemente correlate a causa delle condizioni di allineamento di fase (phase matching) utilizzate.

I fotoni creati possono essere entangled rispetto a diverse caratteristiche, ad esempio rispetto alla loro polarizzazione, quantità di moto o energia.

1.3 Applicazioni scientifiche e tecnologiche

I sistemi di particelle entangled sono stati utilizzati inizialmente in esperimenti di fisica fondamentale, per provare la "non località della meccanica quantistica". La dissertazione scientifica su tale delicata questione ha inizio con il famoso articolo del 1935 di Einstein, Podolsky e Rosen e continua ancora oggi. Il così detto "Paradosso EPR" fu presentato dai suoi ideatori per mettere in luce l'incompletezza della meccanica quantistica. Esso mostra che in meccanica quantistica misure

compiute su parti di un sistema fisico separate spazialmente possono avere un'influenza istantanea l'una sull'altra. Questo effetto è noto come "non località" o "azione istantanea a distanza". Il Paradosso Einstein-Podolsky-Rosen presume invece il realismo locale, ossia che gli attributi delle particelle abbiano valori definiti indipendentemente dall'atto di osservazione, e che gli effetti fisici abbiano una velocità di propagazione finita. Bell nel 1965 ha dimostrato che il realismo locale impone delle restrizioni su certi fenomeni, che non sono richieste dalla meccanica quantistica. Queste restrizioni sono chiamate disuguaglianze di Bell. Ad oggi gli esperimenti che utilizzano sistemi di particelle entangled dimostrano effettivamente la non località della meccanica quantistica attraverso la violazione delle disuguaglianze di Bell. Questi esperimenti sono quindi considerati prova positiva a favore della meccanica quantistica [2].

Tuttavia l'entanglement suscita oggi un enorme interesse scientifico in particolar modo per le sue numerose applicazioni tecnologiche, soprattutto nel campo delle comunicazioni e dell'informazione quantistica. L'entanglement è infatti alla base di tecnologie emergenti come i computer quantistici e la crittografia quantistica ed ha permesso esperimenti relativi al teletrasporto quantistico, in cui lo stato di una particella viene trasmesso spazialmente a distanze arbitrarie.

Capitolo 2

Generazione di coppie di fotoni correlati mediante fluorescenza parametrica

La fluorescenza parametrica (detta anche Spontaneous Parametric Down Conversion o Parametric Scattering) è un fenomeno ottico non lineare del secondo ordine per cui un fotone "pompa" di frequenza ν_p , incidente su un mezzo dielettrico anisotropo, dà origine a due fotoni ("signal" e "idler") aventi frequenze ν_s e ν_i , in modo da rispettare le seguenti leggi di conservazione dell'energia e del momento:

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad \vec{\hbar k}_p = \vec{\hbar k}_s + \vec{\hbar k}_i \quad (2.1)$$

ovvero

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad \vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i. \quad (2.2)$$

Queste ultime relazioni vengono dette rispettivamente condizioni di *frequency matching* e di *phase matching*.

La condizione di phase matching garantisce la massima efficienza nel trasferimento di energia. Essa non è in generale verificata a causa delle proprietà dispersive del mezzo, ma, come è illustrato in seguito, in cristalli uniassici è possibile realizzare

il phase matching (allineamento di fase) sfruttando le proprietà di birifrangenza.

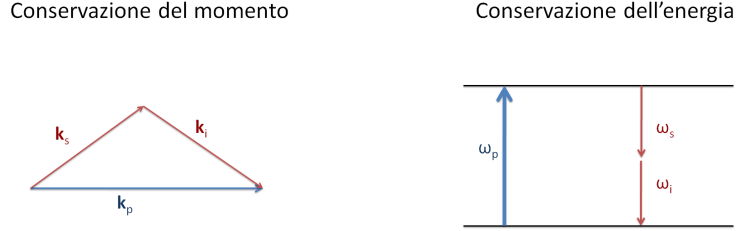


Figura 2.1: Fluorescenza parametrica: leggi di conservazione.

Nel nostro caso le coppie di fotoni correlati vengono prodotte sfruttando la SPDC attraverso un cristallo di β -borato di bario con phase matching di tipo II, che genera i fotoni in stati di polarizzazione ortogonali. Nei seguenti paragrafi si illustra la natura di tale processo partendo dalla teoria generale dei fenomeni ottici non lineari.

2.1 Fenomeni di ottica non lineare del secondo ordine

Un campo elettrico incidente su un mezzo dielettrico determina una polarizzazione che può essere espressa come sviluppo in serie di potenze del campo stesso, secondo la relazione:

$$P_i = \varepsilon_0 \left(\sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j + \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \right) \quad (2.3)$$

dove P_i ed E_i sono le componenti cartesiane rispettivamente del vettore polarizzazione e del campo elettrico, ε_0 è la costante dielettrica ed il tensore $\chi^{(n)}$, di rango $n + 1$, rappresenta la suscettività (lineare nel caso $n = 1$, non lineare per $n > 1$).

Per n pari, si ha $\chi^{(n)} \neq 0$ solamente in cristalli non centro-simmetrici. Infatti per reticoli cristallini centro-simmetrici il primo termine non lineare del vettore di polarizzazione è del terz'ordine nel campo elettrico; mentre per materiali non centro-simmetrici il contributo non lineare a P_i è:

$$P_i^{(NL)} = \varepsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k \quad (2.4)$$

dove si sono trascurati i contributi di ordine superiore al secondo.

2.1.1 Proprietà della suscettività elettrica

In un materiale non centro-simmetrico, la suscettività $\chi_{ijk}^{(2)}$ è una quantità tensoriale legata alla simmetria della struttura cristallina ed è responsabile dei fenomeni non lineari del secondo ordine.

In generale la suscettività dipende dalle frequenze dei campi che attraversano il cristallo, tuttavia, nell'approssimazione di risposta istantanea del mezzo, la si può considerare costante nell'intervallo di frequenze in cui il materiale è trasparente. Si tratta di un tensore di rango 3 con 27 coefficienti, ma, per mezzi non assorbenti con risposta istantanea (simmetrie di Kleinman), risulta simmetrico rispetto a qualunque permutazione degli indici ijk .

Definito il tensore

$$d_{ijk} = \frac{\chi_{ijk}^{(2)}}{2}$$

le componenti della polarizzazione non lineare possono scriversi come segue:

$$P_i^{(NL)} = 2\varepsilon_0 \sum_{jk} d_{ijk} E_j E_k. \quad (2.5)$$

In quest'ultima equazione uno scambio di E_j con E_k non comporta alcun cambiamento da un punto di vista fisico. Inoltre, assumendo che d_{ijk} sia simmetrico per scambio degli ultimi due indici (simmetrie intrinseche), si possono sostituire le coppie di indici cartesiani jk con un unico indice l secondo lo schema:

jk:	11	22	33	23=32	13=31	12=21
l:	1	2	3	4	5	6

Il tensore d_{ijk} si riduce quindi ad una matrice d_{il} 3×6 .

A questo punto, si può descrivere la polarizzazione non lineare (al secondo ordine) attraverso l'equazione matriciale:

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = 2\varepsilon_0 \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_z E_y \\ 2E_z E_x \\ 2E_x E_y \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

La matrice d_{il} può essere ulteriormente semplificata con l'annullarsi di alcuni dei suoi coefficienti, nel caso in cui il reticolo cristallino del mezzo possieda particolari simmetrie spaziali.

2.1.2 Interazione a tre onde viaggianti

Per campi incidenti sufficientemente intensi, la risposta ottica caratterizzata da $\chi_{ijk}^{(2)}$ dà luogo ai fenomeni non lineari del secondo ordine, tra i quali, ad esempio, la generazione di seconda armonica e la fluorescenza parametrica.¹

Ciò avviene perchè la polarizzazione non lineare $P^{(NL)}$ agisce come sorgente nelle equazioni di Maxwell, generando nuovi campi, le cui frequenze sono combinazioni lineari di quelle del campo incidente.

Consideriamo la radiazione incidente sul mezzo non lineare formata dalla sovrapposizione di due campi a frequenze ω_1 e ω_2 ; per ciascuna componente cartesiana del campo si avrà:

$$E_i(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + c.c. \quad (2.7)$$

¹La generazione di seconda armonica (SHG) è il fenomeno fisico per cui una radiazione incidente su un cristallo non lineare viene raddoppiata in frequenza.

dove con la notazione c.c. si indica il termine complesso coniugato.

Usando ora la (2.4), la componente non lineare della polarizzazione diventa:

$$P^{(NL)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} [E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + 2E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c.] + 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} [E_1 E_1^* + E_2 E_2^*]. \quad (2.8)$$

Per rendere più intuitivo questo risultato possiamo riscriverlo nella forma

$$P^{(NL)}(t) = P^{2\omega_1} + P^{2\omega_2} + P^{\omega_1 + \omega_2} + P^{\omega_1 - \omega_2} + P^0 \quad (2.9)$$

dove ciascun termine è associato ad un possibile processo non lineare: raddoppiamento della frequenza ω_1 , raddoppiamento della frequenza ω_2 , generazione di frequenza somma (up-conversion), generazione di frequenza differenza (down-conversion) e rettificazione ottica.²

Tuttavia, in uscita dal cristallo, solo una di queste nuove frequenze generate avrà un'intensità apprezzabile. Il motivo sta nel fatto che ciascun addendo della (2.9) può generare un segnale in uscita con ragionevole efficienza solo se sono soddisfatte determinate condizioni di allineamento di fase. Ovviamente le condizioni di phase matching sono diverse per ciascun fenomeno non lineare. A verificarsi sarà dunque il fenomeno che raggiunge la sua massima efficienza nelle condizioni di phase-matching in cui si trova il cristallo.

Da un punto di vista operativo, per favorire un determinato fenomeno in uscita, si seleziona opportunamente la polarizzazione della radiazione incidente e l'orientazione del cristallo non lineare.

Assumiamo che siano soddisfatte le condizioni di frequency e phase matching per la generazione di frequenza somma:

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad \vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2. \quad (2.10)$$

La componente di frequenza ω_3 , una volta generata, interagisce con quella di frequenza ω_1 e genera, per down-conversion, un'onda alla frequenza $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$.

²Le generazioni di frequenza somma (SFG) e di frequenza differenza (DFG) creano, in uscita dal mezzo non lineare, una radiazione di frequenza pari alla somma/differenza delle frequenze dei due campi incidenti. La rettificazione ottica (OR) genera una polarizzazione statica nel mezzo.

Chiaramente la condizione di phase matching per quest'interazione è verificata dalla (2.10).

Analogamente, le onde di frequenze ω_3 e ω_2 generano, ancora per down-conversion, l'onda di frequenza ω_1 .

Ogni coppia di onde quindi interagisce contribuendo alla formazione della terza. Per questo motivo si parla di *interazione a tre onde vaggianti* o *interazione parametrica*.

Senza approfondire la trattazione elettromagnetica, diciamo solo che è possibile costruire un modello classico che descriva completamente l'interazione a tre onde, partendo dal fatto che un campo E che si propaga in un mezzo non lineare verifica l'equazione delle onde:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P^{(NL)}}{\partial t^2}.$$

2.1.3 Amplificazione parametrica e fluorescenza parametrica

L'interazione a tre onde viaggianti in un mezzo non lineare, in cui siano verificate le condizioni

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad \vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2, \quad (2.11)$$

dà luogo a diversi fenomeni non lineari, a seconda di quali, tra le tre onde, incidono sul cristallo, e con quale intensità.

In particolare, se la radiazione incidente sul mezzo è costituita dalle componenti di frequenza ω_3 e ω_1 , in uscita dal cristallo, per i fenomeni di down-conversion, la componente ω_1 sarà amplificata e comparirà la componente ω_2 . Questo processo è detto di *amplificazione parametrica*.

L'onda 3 è detta *pompa*, l'onda 2 *idler* e l'onda 1 che viene amplificata, è chiamata *signal*. Anche se l'onda signal in ingresso è molto attenuata, in uscita risulta amplificata.

La situazione limite in cui in ingresso al cristallo c'è solo radiazione pompa, corrisponde al processo di *fluorescenza parametrica* (SPDC), utilizzato nel nostro

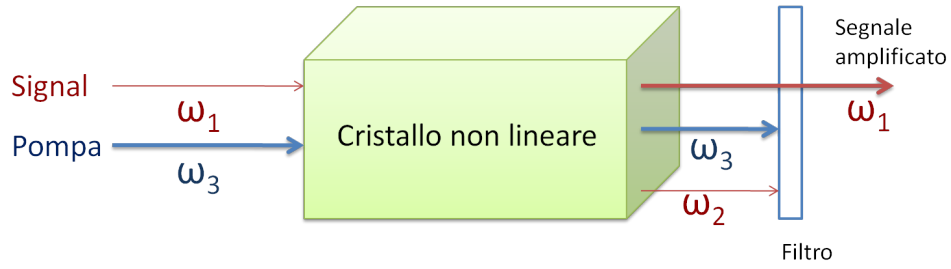


Figura 2.2: Rappresentazione schematica del processo di amplificazione parametrica.

esperimento per la produzione di coppie di fotoni correlati.

In questo caso la conversione della radiazione di pompa nelle componenti signal e idler avviene spontaneamente. Ovvero si tratta di un processo di emissione spontanea anzichè stimolata.

Sebbene sia possibile costruire un modello classico che descriva l'interazione a tre onde, il decadimento spontaneo del fotone pompa nella coppia di fotoni idler e signal può essere compreso completamente solo ricorrendo all'elettrodinamica quantistica (Q.E.D.), ovvero alla quantizzazione dei campi che interagiscono nel mezzo ottico.

In elettrodinamica quantistica il campo elettromagnetico viene pensato come un insieme di oscillatori armonici, ognuno dei quali è caratterizzato dai suoi operatori di creazione e distruzione. Mettiamoci però nell'ipotesi che la radiazione di pompa sia sufficientemente intensa da poter essere trattata classicamente, descivendola ad esempio con un campo di ampiezza complessa:

$$E_0 = A_0 e^{-i\omega_0 t}.$$

L'operatore Hamiltoniano totale che descrive il processo di fluorescenza parametrica consiste nella somma di un termine \hat{H}_0 che comprende le energie dei singoli modi generati e di un termine \hat{H}_1 che tiene conto della loro interazione reciproca:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 = \sum_{i=1}^2 \hbar\omega_i \left(\hat{n}_i + \frac{1}{2} \right) + \hbar G [\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger A_0 e^{-i\omega_0 t} + h.c.] \quad (2.12)$$

dove con la notazione h.c. si intende l'hermitiano coniugato e il termine G esprime il guadagno, che dipende dall'ampiezza del campo di pompa, da $\chi^{(2)}$, dalle dimensioni del cristallo, dagli indici di rifrazione per i fotoni pompa signal e ilder, e dalle condizioni di phase matching. I campi quantizzati corrispondono al fotone *signal* nel modo 1 e al fotone *ilder* nel modo 2.

Applicando l'equazione del moto di Heisenberg all'operatore $\hat{n}_1 - \hat{n}_2$ e tenendo conto che $[\hat{n}_1 - \hat{n}_2, \hat{H}] = 0$, si dimostra che $\hat{n}_1 - \hat{n}_2$ è una costante del moto:

$$\hat{n}_1(t) - \hat{n}_2(t) = \hat{n}_1(0) - \hat{n}_2(0).$$

Ciò esprime una caratteristica fondamentale del fenomeno di fluorescenza parametrica, ovvero il fatto che i due fotoni sono creati simultaneamente.

Un'altra importante proprietà descrivibile solo attraverso la trattazione quantistica del campo elettromagnetico è la "spontaneità" del fenomeno, ovvero il fatto che il processo avvenga anche in assenza di fotoni signal in ingresso. Tutti i fenomeni di emissione spontanea sono infatti spiegati tramite la quantizzazione del campo elettromagnetico, nello specifico essi sono dovuti alle fluttuazioni del campo elettromagnetico nel vuoto, ovvero al fatto che anche nello stato di minima energia (energia di punto zero), detto anche stato di vuoto (che corrisponde all'assenza di fotoni), il campo elettromagnetico fluttua e contribuisce così ai fenomeni di emissione spontanea.

Nel prossimo paragrafo sono presentate le proprietà dei materiali utilizzati in ottica non lineare per processi del secondo ordine con particolare attenzione alle condizioni di allineamento di fase necessarie per la fluorescenza parametrica.

2.2 Mezzi anisotropi

Un mezzo anisotropo reagisce diversamente a seconda della direzione della luce incidente. La luce incidente non viaggia cioè con la stessa velocità in tutte le direzioni, in quanto l'indice di rifrazione dipende dalla direzione di propagazione

del campo. La costante dielettrica relativa per un mezzo anisotropo è un tensore di rango 3.

Nel sistema di riferimento degli assi principali del cristallo il tensore dielettrico risulta diagonale e il vettore induzione elettrica in queste ipotesi è dato dalla relazione matriciale:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Quindi \vec{D} ed \vec{E} sono paralleli solo se il campo elettrico è diretto lungo uno degli assi principali del cristallo.

2.2.1 Cristalli uniassici

Un cristallo anisotropo in cui $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ è detto biassico, se invece due dei coefficienti del tensore $\vec{\varepsilon}$ sono uguali, ad esempio $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$, il cristallo è detto uniassico e l'indice di rifrazione che corrisponde ai due coefficienti uguali ($n_o = \sqrt{\varepsilon_x} = \sqrt{\varepsilon_y}$) è detto ordinario mentre l'indice $n_e = \sqrt{\varepsilon_z}$ è detto straordinario. I cristalli biassici possiedono 2 assi ottici, mentre quelli uniassici ne possiedono uno. Un asse ottico costituisce una direzione privilegiata all'interno del cristallo: un fascio di luce che si propaga lungo un asse ottico incontra sempre lo stesso indice di rifrazione e non dà luogo a birifrangenza.

La birifrangenza è la scomposizione di un raggio di luce, che attraversa un mezzo anisotropo uniassico, in due raggi polarizzati linearmente e ortogonalmente l'uno all'altro. Questo fenomeno è dovuto alla dipendenza dell'indice di rifrazione dalla polarizzazione dei campi che si propagano all'interno del mezzo.

In generale in un cristallo uniassico la propagazione della luce consiste in un'onda ordinaria e una straordinaria, polarizzate in direzioni ortogonali, che viaggiano l'una con velocità $\frac{c}{n_o}$ e l'altra con velocità $\frac{c}{n_e(\theta)}$.

L'indice di rifrazione straordinario n_e dipende dall'angolo θ tra la direzione di

propagazione e l'asse ottico del cristallo:

$$n_e(\theta) = \frac{n_e \cdot n_o}{\sqrt{n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta}}.$$

n_o invece non dipende da θ .

Se $n_o < n_e$ il cristallo è detto uniassico positivo, se invece $n_o > n_e$ uniassico negativo. A quest'ultimo tipo appartiene il cristallo di β -borato di bario (BBO) utilizzato nel nostro esperimento.

2.3 Phase matching per birifrangenza

Nei paragrafi precedenti si è visto che affinché il fenomeno della fluorescenza parametrica sia efficiente, è necessario che sia verificata la condizione di phase matching

$$\Delta k = |\vec{k}_p - \vec{k}_s + \vec{k}_i| = 0. \quad (2.14)$$

Tale condizione in generale non può verificarsi a causa del fenomeno di "dispersione normale" dovuto al fatto che l'indice di rifrazione è una funzione crescente della frequenza. Infatti si può verificare che, nell'ipotesi di $\omega_p \leq \omega_s \leq \omega_i$, la condizione di fase matching, esprimibile anche con l'espressione

$$\Delta k = n_p(\omega_p) \frac{\omega_p}{c} - n_s(\omega_s) \frac{\omega_s}{c} + n_i(\omega_i) \frac{\omega_i}{c} = 0,$$

è incompatibile con la conservazione dell'energia ($\omega_p = \omega_s + \omega_i$).

I pedici p , s e i si riferiscono ovviamente ai fotoni pompa, signal e idler.

Tuttavia è possibile verificare la (2.14) utilizzando le proprietà di birifrangenza dei cristalli uniassici.

Si fa in modo che il fascio di luce incidente (fotone pompa) sia polarizzato nella direzione che dà il più basso dei possibili valori dell'indice di rifrazione (nel caso di cristallo uniassico negativo l'indice più basso è n_e), mentre per i fotoni idler e signal ci sono due possibili scelte. Si ha phase matching di tipo-I quando i due fotoni generati hanno stessa polarizzazione, di tipo-II nel caso siano polarizzati in direzioni ortogonali.

Analizziamo ora il caso del cristallo di β -borato di bario (uniassico negativo) utilizzato nell'esperimento.

Consideriamo un fotone pompa con vettore d'onda \vec{k}_p , polarizzato lungo l'asse straordinario del cristallo. I fotoni signal e idler generati formano ciascuno un cono di vettori d'onda \vec{k}_s e \vec{k}_i .

Nel caso di down conversion di tipo-I, i fotoni signal e idler hanno la stessa polarizzazione (ordinaria), per cui i rispettivi indici di rifrazione non dipendono dalla direzione di propagazione e all'uscita del cristallo si ottengono due coni coassiali. Se le frequenze ω_s e ω_p sono uguali (caso degenere) i coni si fondono costituendo un unico fascio di luce; in caso contrario il cono associato alla frequenza più bassa si trova all'interno di quello di frequenza più alta.

Nel caso del phase matching di tipo-II i fotoni generati si trovano in stati di polarizzazione ortogonali, ad esempio signal avrà polarizzazione straordinaria e idler ordinaria. Signal in questo caso sperimenta un indice di rifrazione variabile con la direzione di propagazione, che condiziona, mediante la conservazione di energia e momento, anche il fotone idler. I coni dei vettori d'onda non sono più coassiali, ma in dipendenza di θ_p , possono essere tangenti, secanti o completamente separati.

Riassumendo, in un cristallo uniassico negativo il phase matching per birifrangenza può realizzarsi nei seguenti modi:

$$\begin{aligned}\vec{k}_p^e &= \vec{k}_s^o + \vec{k}_i^o & \text{tipo-I} \\ \vec{k}_p^e &= \vec{k}_s^e + \vec{k}_i^o & \text{tipo-II} \\ \vec{k}_p^e &= \vec{k}_s^o + \vec{k}_i^e & \text{tipo-II}\end{aligned}\tag{2.15}$$

dove gli apici e e o stanno per straordinario e ordinario.

Nel nostro caso il phase matching è degenere, ovvero i fotoni idler e signal hanno la stessa frequenza ($\omega_i = \omega_s = \omega_p/2$). Questa condizione può essere facilmente imposta nelle equazioni.

Usando la relazione

$$\vec{k}_i^j = \omega_i \frac{n_i^j(\theta)}{c} \hat{s}_i \quad \text{dove} \quad i = p, s, i \quad \text{e} \quad j = o, e$$

è possibile riscrivere le equazioni della (2.15) tutte in funzione dell'angolo θ tra la direzione di propagazione dei fotoni pompa e l'asse ottico.

Affinchè l'unica incognita sia l'angolo θ è inoltre necessario determinare i valori degli indici di rifrazione ordinari e straordinari alle lunghezze d'onda di lavoro (nel nostro caso $\lambda_1 = 400nm$ e $\lambda_2 = 800nm$), e conoscere l'andamento degli indici straordinari al variare di θ . Senza scendere nel dettaglio diciamo solo che ciò è possibile sfruttando la teoria della birifrangenza in cristalli uniassici.

Fatto questo, risolvendo una delle (2.15), si può determinare il valore l'angolo θ che soddisfa le condizioni di phase matching volute [8], e quindi tagliare il cristallo opportunamente, ovvero facendo in modo che la superficie d'ingresso formi proprio un angolo θ con la direzione dei fotoni incidenti.

Osserviamo che le (2.15) possono essere lette sia da sinistra verso destra che viceversa; quest'ultimo caso si riferisce alla generazione di seconda armonica. Nell'esperimento, infatti, la luce proveniente dalla sorgente viene dimezzata in lunghezza d'onda attraversando un cristallo di BBO tagliato per verificare un fphase matching di tipo-I: attraverso una lamina birifrangente una coppia di fotoni rossi in ingresso, polarizzata lungo l'asse ordinario del cristallo, produce in uscita fotoni blu polarizzati lungo l'asse straordinario.

Per la down conversion si è utilizzato invece un cristallo di BBO tagliato in modo da dare phase matching di tipo-II, e in maniera tale che i coni dei vettori d'onda \vec{k}_s e \vec{k}_i risultino tangenti. Come si è osservato prima, variando di poco l'inclinazione della superficie d'ingresso del cristallo rispetto alla direzione della radiazione incidente, si può ricadere nei casi di coni secanti e coni separati. Indicando con $|e\rangle$ lo stato di polarizzazione straordinaria di un fotone e con $|o\rangle$ quello di polarizzazione ordinaria, i possibili stati quantistici del sistema costituito dalla coppia di fotoni signal e idler sono:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= |o\rangle_1 |e\rangle_2 \quad \text{coni separati} \\ |\psi\rangle &= |e\rangle_1 |o\rangle_1 \quad \text{coni tangenti} \\ |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|o\rangle_1 |e\rangle_2 + |e\rangle_1 |o\rangle_2) \quad \text{coni secanti} \end{aligned}$$

Dove con i pedici 1 e 2 si indicano i modi con cui i fotoni escono dal cristallo, ovvero le direzioni dei vettori d'onda \vec{k} . Nel primo caso, 1 e 2 sono due direzioni arbitrarie rispettivamente appartenenti al cono con stato di polarizzazione $|o\rangle$ e a quello con stato di polarizzazione $|e\rangle$, separati tra loro; nel secondo caso abbiamo un unico modo corrispondente alla direzione di tangenza dei coni; nel terzo caso 1 e 2 indicano le direzioni di intersezione dei coni.

Nei primi due casi, lo stato totale del sistema è separabile negli stati dei singoli fotoni. Nel terzo caso invece il sistema complessivo si trova in uno stato entangled. La nostra configurazione di lavoro è quella dei coni tangenti, quindi la fluorescenza parametrica nel nostro caso non viene usata per produrre entanglement, ma viene sfruttata per creare una coppia di fotoni correlati tra loro in polarizzazione.

Nella seconda fase dell'esperimento i fotoni vengono separati spazialmente in modo tale da usarne uno come trigger (la sua rivelazione garantisce, che localizzato altrove, esiste uno e un solo fotone gemello) e creare nell'altro fotone un entanglement tra i gradi di libertà di SAM e di OAM, attraverso l'uso del dispositivo q-plate.

La teoria alla base di questa seconda parte dell'esperimento è trattata nel prossimo capitolo.

Capitolo 3

Entanglement tra polarizzazione e momento angolare orbitale di un singolo fotone

In ottica quantistica la luce è descritta come un insieme di particelle prive di massa, fotoni, che trasportano energia, quantità di moto e momento angolare. Quest'ultimo è dovuto a due gradi di libertà rotazionali indipendenti: il momento angolare di spin (SAM), legato alla polarizzazione, e il momento angolare orbitale (OAM).

L'obiettivo principale del nostro esperimento, una volta creata la sorgente di singolo fotone, è quello di generare uno stato entangled interno al fotone stesso, nei gradi di libertà di SAM e di OAM. Ciò è possibile sfruttando le proprietà del dispositivo q-plate, in grado di convertire il momento angolare di spin in momento angolare orbitale.

In questo capitolo è descritta brevemente la teoria del momento angolare della luce, è illustrata la natura del suddetto processo di conversione, denominato STOC (SAM-to-OAM conversion) ed è descritto il suo utilizzo nella generazione di uno stato entangled di singolo fotone nei gradi di libertà di polarizzazione e momento angolare orbitale.

3.1 Momento angolare della luce

La prima prova del fatto che la luce trasporta momento angolare è dovuta al famoso esperimento fatto a Princeton nel 1936 da R. Beth [9], il quale dimostrò che una lamina birifrangente, nel convertire la polarizzazione circolare destra della luce incidente in polarizzazione circolare sinistra (o viceversa), subisce per reazione una rotazione. L'esperimento fu la prova che la luce trasporta momento angolare dovuto alla sua polarizzazione, detto momento angolare di spin (SAM). In particolare si dimostrò che un fascio di luce polarizzato circolarmente trasporta un momento angolare di spin, lungo la direzione di propagazione, del valore di $\pm\hbar$ per ciascun fotone, a seconda che la polarizzazione sia circolare destra o circolare sinistra.

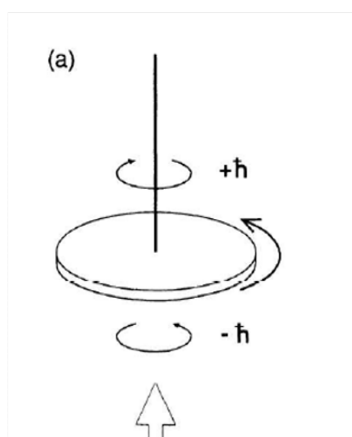


Figura 3.1: Rappresentazione schematica dell'esperimento di Beth.

Oltre al SAM la luce trasporta anche momento angolare orbitale (OAM), quest'ultimo però non dipende dalla polarizzazione, ma dal profilo di fase del campo nel piano ortogonale a quello di propagazione.

Preso ad esempio un fascio di luce che si propaga nella direzione z , esso trasporta un valore ben definito del momento angolare orbitale solo se il campo elettrico ad esso associato è proporzionale al fattore $e^{im\phi}$ (dove ϕ è la coordinata polare nel piano xy e $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Un campo elettrico di questo tipo è detto elicoidale.

È stato dimostrato che per campi elicoidali la luce trasporta, lungo la direzione di propagazione, un OAM di $m\hbar$ per ciascun fotone [15]. Il fronte d'onda di questi campi è costituito da $|m|$ superfici elicoidali che si intersecano, con orientazione che dipende dal segno di m .

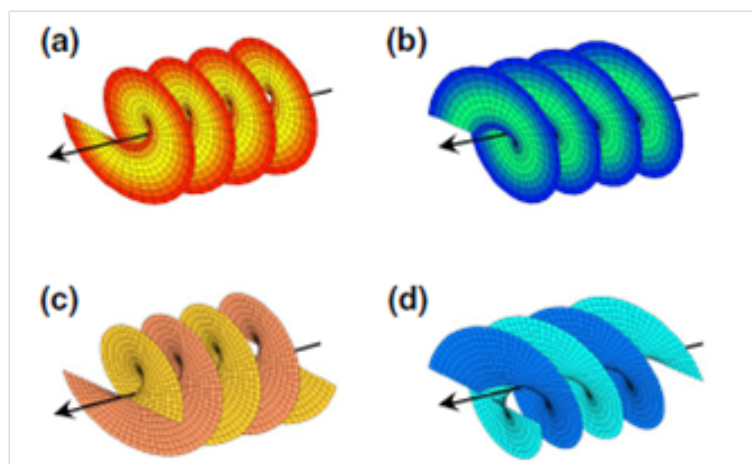


Figura 3.2: Esempi di onde elicoidali, con elicità: (a) $m = +1$; (b) $m = -1$; (c) $m = +2$; (d) $m = -2$ [11].

Il momento angolare totale associato ad un fascio di luce, rispetto all'asse di propagazione, è dunque costituito da due componenti, una orbitale e una di spin: $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, la prima dipende dall'elicità del fronte d'onda del campo e la seconda dalla polarizzazione. Si può giungere quantitativamente a questo risultato sia attraverso la trattazione elettromagnetica classica, che mediante la quantizzazione dei campi, ma l'approfondimento di tali procedimenti è al di là degli scopi di questa tesi.

3.1.1 SAM

Il momento angolare di spin \mathbf{S}_z associato ad un fotone, lungo la direzione di propagazione, può assumere solo i valori $\pm\hbar$, corrispondenti rispettivamente agli stati di polarizzazione circolare sinistra ($|L\rangle$) e destra ($|R\rangle$).

Poichè qualunque altro stato di polarizzazione può scriversi come combinazione lineare degli stati $|R\rangle$ e $|L\rangle$, è possibile costruire uno spazio di Hilbert bidimensionale, di cui gli stati $|R\rangle$ e $|L\rangle$ costituiscono una base, in quanto autostati dell'operatore $\hat{\mathbf{S}}_z$ di autovalori ± 1 (in unità di \hbar):

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{S}}_z|L\rangle &= |L\rangle \\ \hat{\mathbf{S}}_z|R\rangle &= -|R\rangle.\end{aligned}\tag{3.1}$$

Un fotone polarizzato ad esempio linearmente, si trova in uno stato del tipo $\frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle \pm |L\rangle)$, per cui avrà uguale probabilità di trovarsi in ciascuno dei due stati di spin.

Il SAM è quindi un numero quantico associato al singolo fotone ed è possibile fare in modo che un sistema di due fotoni si trovi in uno stato entangled rispetto ai gradi di libertà di polarizzazione ovvero rispetto al SAM. I primi esperimenti di questo tipo furono sviluppati da Aspect e colleghi agli inizi degli anni '80 ([16]).

Lo stato di polarizzazione di un fotone può essere modificato semplicemente, facendogli attraversare delle lamine birifrangenti.

3.1.2 OAM

Il momento angolare orbitale di un fotone è associato alla possibilità del fascio, cui esso appartiene, di avere un fronte d'onda di forma elicoidale. Un campo elicoidale, che si propaga ad esempio lungo l'asse z , è del tipo:

$$\mathbf{E}(r, \phi, z, t) = \mathbf{E}_0 e^{im\phi} e^{i(kz - \omega t)}$$

dove ω è la frequenza angolare, k il numero d'onda e m è un intero che tiene conto del grado e del segno dell'elicità.

In queste ipotesi, i fotoni del fascio trasportano ciascuno, lungo l'asse z , un momento angolare orbitale pari ad $m\hbar$.

Lo spazio di Hilbert, in questo caso, ha infinite dimensioni, perchè infiniti sono i valori interi che può assumere m .

Fissato $|m|$, gli stati $| - m \rangle$ e $| m \rangle$ sono gli autostati dell'operatore $\hat{\mathbf{L}}_z$ di autovalori $\pm m$ (in unità di \hbar):

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{L}}_z|m\rangle &= m|m\rangle \\ \hat{\mathbf{L}}_z|-m\rangle &= -m|-m\rangle.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Essi corrispondono all'orientazione sinistrorsa o destrorsa del fronte d'onda elicoidale.

Gli esperimenti di Zelinger e colleghi [17] sugli stati entangled di coppie di fotoni nei gradi di libertà di OAM, hanno confermato che anche il momento angolare orbitale è un buon numero quantico associato al singolo fotone.

Numerosi sono i metodi per produrre fasci di luce che trasportino valori definiti di OAM, uno tra questi è l'utilizzo del dispositivo q-plate, le cui proprietà sono descritte nel seguente paragrafo.

3.2 Dispositivo q-plate e SAM-to-OAM Conversion (STOC)

Nel paragrafo precedente abbiamo osservato che esistono due diverse forme di momento angolare della luce (SAM e OAM), che corrispondono a due gradi di libertà indipendenti di un fotone. Quando la luce si propaga nel vuoto o in un mezzo omogeneo ed isotropo, entrambi questi gradi di libertà si conservano, ma ciascuno dei due può essere trasferito alla materia per particolari proprietà di quest'ultima. Abbiamo già osservato, ad esempio, che il trasferimento di SAM al mezzo attraversato dalla luce avviene per materiali omogenei anisotropi come le tipiche lamine birifrangenti. Lo scambio di OAM con la materia avviene invece per mezzi trasparenti isotropi non omogenei. I cristalli liquidi (LC) sono uno esempio di materiale trasparente che può essere allo stesso tempo anisotropo e non omogeneo e che quindi può modificare sia lo stato di SAM che quello di OAM di un fotone incidente.

Un dispositivo q-plate è costituito da una sottile lastra piana di cristalli liquidi, il cui spessore è tale da fornire, ad un fascio di luce che incide ortogonalmente al piano della lastra, un ritardo di fase per birifrangenza di $\delta = \pi$. Inoltre, l'orientazione delle molecole dei cristalli liquidi è non omogenea nel piano della lastra.

Sia z la direzione di propagazione del fascio incidente e xy il piano del dispositivo q-plate, l'orientazione (disomogenea) dell'asse ottico dei cristalli nel piano xy , rispetto all'asse x , è data dall'angolo

$$\alpha(r, \varphi) = \alpha_0 + q\varphi \quad (3.3)$$

dove q e α_0 sono costanti, da cui dipende la geometria della q-plate.

Ad esempio, nel caso di $q = 1$, si ha una simmetria cilindrica intorno al centro della lastra ($r = 0$).

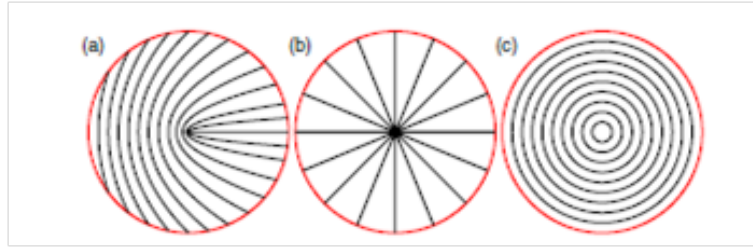


Figura 3.3: Esempi di geometrie del dispositivo q-plate. Le tangenti alle linee in figura indicano le direzioni locali dell'asse ottico. (a) $q = 1/2$ e $\alpha_0 = 0$; (b) $q = 1$ e $\alpha_0 = 0$; (c) $q = 1$ e $\alpha_0 = \pi/2$. Gli ultimi due casi corrispondono a q-plates con simmetrie rotazionali, che danno luogo ad una perfetta conversione di SAM in OAM, senza trasferimento di momento angolare al mezzo [11].

Per capire come un fascio di luce interagisce con il dispositivo q-plate, usiamo il formalismo di Jones.

$$M = \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

è la matrice di Jones associata alla q-plate.

Se consideriamo ad esempio un'onda piana incidente con polarizzazione circolare sinistra, il cui vettore di Jones è:

$$\mathbf{E}_{in} = E_0 \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

in uscita dalla q-plate si avrà:

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{E}_{in} = E_0 e^{i2\alpha} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

È cambiata dunque l'orientazione della polarizzazione (da circolare sinistra a circolare destra), come sarebbe accaduto per una normale lamina a mezz'onda, ma in più l'onda in uscita ha acquistato un fattore di fase $e^{i2q\varphi}$, ovvero si tratta di un'onda elicoidale con fattore di elicità $2q$. Ciascun fotone dell'onda in uscita trasporta quindi un momento angolare orbitale di $2q\hbar$.

Nel caso di dispositivi con $q = 1$ (usati nel nostro esperimento), ci troviamo nella circostanza particolare in cui la q-plate non può cambiare il momento angolare totale (SAM+OAM) del fascio incidente, a causa della della simmetria cilindrica intorno all'origine (Fig. 3.2). I due gradi di libertà rotazionali di un fotone, in generale indipendenti, in questo caso si influenzano a vicenda.

È in questa situazione che l'interazione con la q-plate dà luogo al fenomeno di conversione del momento angolare di spin in momento angolare orbitale e viceversa (STOC).

Consideriamo ora l'esempio precedente nel caso particolare di $q = 1$. Un fotone dell'onda incidente (3.5), attraversando la q-plate, cambia la componente z del momento angolare di spin da $+\hbar$ a $-\hbar$ e acquista un momento angolare orbitale di $2\hbar$. Quindi la variazione del momento angolare totale è nulla e il SAM perso si è trasformato in momento angolare orbitale. Ciò costituisce anche un esempio di come generare campi elicoidali facendo uso della q-plate.

Tornando al caso generale, indichiamo con $|\psi\rangle_{in} = |\pm 1, m\rangle$ lo stato di momento angolare totale del fotone incidente, che tiene conto, nel il primo termine, della polarizzazione circolare destra o sinistra e nel secondo del grado di elicità dell'OAM. Per le considerazioni fatte, possiamo concludere che l'interazione con la q-plate trasforma la stato nel seguente modo:

$$|\psi\rangle_{in} = |\pm 1, m\rangle \xrightarrow{q\text{-plate}} |\psi\rangle_{out} = e^{\pm i2\alpha_0} |\mp 1, m \pm 2q\rangle. \quad (3.7)$$

Usando la notazione $|R\rangle/|L\rangle$, invece che ± 1 , per indicare la polarizzazione circolare

destra e sinistra, si ha equivalentemente:

$$\begin{aligned} |L, m\rangle &\xrightarrow{q\text{-plate}} |R, m + 2\rangle \\ |R, m\rangle &\xrightarrow{q\text{-plate}} |L, m - 2\rangle. \end{aligned} \quad (3.8)$$

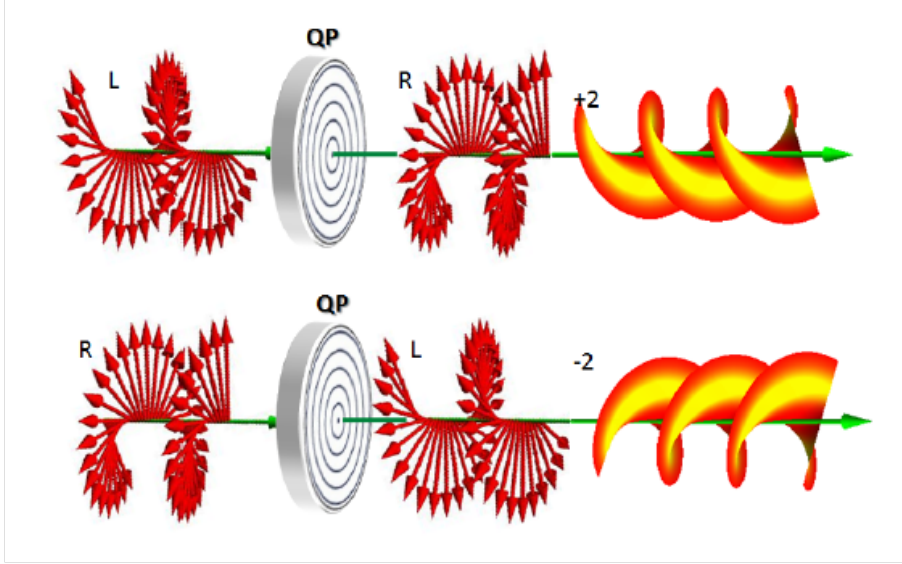


Figura 3.4: Schema dell'azione della q-plate ($q = 1$) su un fascio di luce polarizzato circolarmente [12].

3.3 Ottimizzazione termica ed elettrica del dispositivo q-plate

Nella descrizione del dispositivo q-plate, abbiamo dato per scontato che il ritardo di fase, fornito per birifrangenza dal dispositivo alla luce incidente, fosse esattamente $\delta = \pi$. In realtà, δ varia con la temperatura per q-plate termiche e con la differenza di potenziale posta ai capi della lastra, per q-plate elettriche.

Per $\delta \neq \pi$, la matrice di Jones associata alla q-plate (3.4) diventa:

$$M = \cos \frac{\delta}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + i \sin \frac{\delta}{2} \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Applicando ora questa matrice al vettore di Jones (3.5), si ha:

$$\mathbf{E}_{out} = E_0 \cos \frac{\delta}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ +i \end{bmatrix} + iE_0 \sin \frac{\delta}{2} e^{i2\alpha} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Questa volta in uscita abbiamo una porzione di onda convertita e una non convertita (cioè che non viene trasformata dalla q-plate), le ampiezze relative di queste due componenti in uscita dipendono da δ .

Usando la simbologia degli stati quantistici di ciascun fotone, si ha dunque:

$$|\psi\rangle_{in} = |\pm 1, m\rangle \xrightarrow{q\text{-plate}} |\psi\rangle_{out} = \cos \frac{\delta}{2} |\pm 1, m\rangle + i \sin \frac{\delta}{2} e^{\pm i2\alpha_0} |\mp 1, m \pm 2q\rangle.$$

Per $q = 1$, la frazione di fotoni che subisce conversione del momento angolare, ovvero l'efficienza del processo di STOC, è proporzionale a $\sin^2 \frac{\delta}{2}$.

Solo se $\delta = \pi$ si ha quindi la massima efficienza e la q-plate si dice ottimizzata o accordata.

Prima di utilizzare le q-plates nel nostro esperimento, abbiamo effettuato le operazioni di ottimizzazione (o accordatura) dei dispositivi stessi, si sono cioè trovati i valori sperimentali di temperatura, nel caso di q-plate termica, e di differenza di potenziale, nel caso di q-plate elettrica, tali da massimizzare l'efficienza del processo di STOC.

La procedura di ottimizzazione è stata effettuata per due q-plates, una elettrica e una termica. Sono ora riportati i risultati ottenuti e il procedimento utilizzato.

Un fascio di luce proveniente dalla sorgente laser al Titanio:Zaffiro, con polarizzazione lineare verticale e grado di elicità $m = 0$ ¹, incide su una lamina a quarto d'onda che trasforma la sua polarizzazione in circolare sinistra. A questo punto il fascio attraversa la q-plate termica, di cui siamo in grado di variare la temperatura, tramite un'apposito strumento con sensibilità di 0,2°C. Il fascio uscente dalla q-plate ha una componente centrale non convertita ($m = 0$ e stato di SAM $|L\rangle$), circondata da un disco che corrisponde alla componente che invece ha subito il processo di STOC ($m = 2$ e SAM $|R\rangle$). Queste due componenti, attraversando un'altra lamina a quarto d'onda, assumono polarizzazioni lineari ortogonali e

¹Il modo spaziale di un fotone con momento angolare orbitale nullo ($m = 0$) è anche indicato con il simbolo TEM_{00}

quindi vengono separate spazialmente tramite un divisore di fascio polarizzatore (PBS). Viene poi misurata la potenza del fascio di luce convertito e di quello non convertito, con l'uso di un rivelatore.

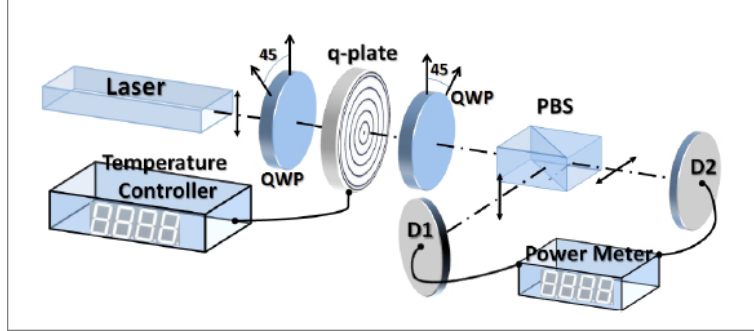


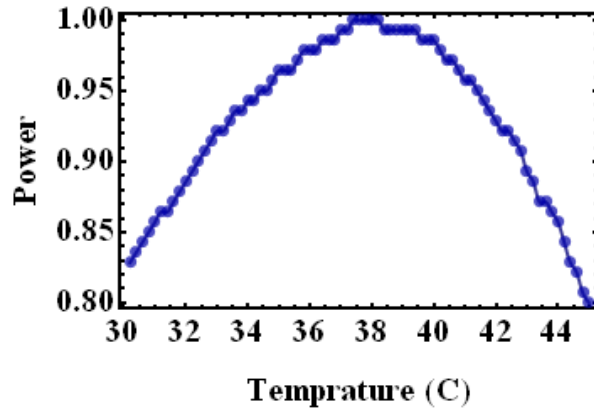
Figura 3.5: Setup sperimentale per l'accordatura della q-plate termica [13].

Variando la temperatura della q-plate termica di $0,2^{\circ}\text{C}$ alla volta e misurando i corrispondenti valori della frazione di potenza associata al fascio convertito, si è ottenuto il risultato illustrato in Fig. 3.6(a). La q-plate termica risulta accordata alla temperatura di 38°C .

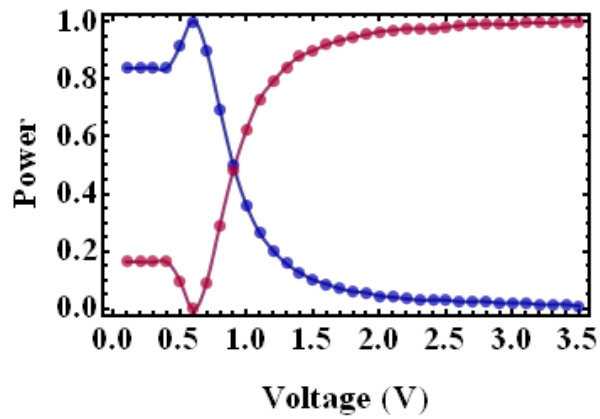
Lo stesso procedimento è stato usato per la q-plate elettrica, questa volta variando la differenza di potenziale ad essa applicata di 100mV alla volta (Fig 3.6(b)), con un apposito dispositivo. La q-plate elettrica risulta accordata a $0,6\text{V}$.

3.4 Generazione di stati entangled tramite il dispositivo q-plate

Il dispositivo q-plate, una volta accordato, è usato nel nostro esperimento per creare uno stato entangled di singolo fotone nei gradi di libertà di SAM e OAM. Nel nostro caso il fotone in questione ha una polarizzazione lineare orizzontale e grado di elicità $m = 0$. Il suo stato di momento angolare può scriversi nel seguente



(a)



(b)

Figura 3.6: Dati sperimentali di accordatura di una q-plate termica (a) e di una q-plate elettrica (b). Nel grafico (b), in blu è indicata la frazione di potenza del fascio convertito, in rosso quella del fascio non convertito.

modo:

$$|H, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L, 0\rangle + |R, 0\rangle).$$

Considerando che l'operatore associato all'interazione con la q-plate è lineare e ricordando le (3.8) si ha:

$$|H, 0\rangle \xrightarrow{q\text{-plate}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|R, +2\rangle + |L, -2\rangle). \quad (3.11)$$

Quest'ultimo è uno stato entangled di singolo fotone, nei gradi di libertà di SAM e OAM.

Osserviamo però che trattandosi di un entanglement interno al fotone lo stato (3.11) non può essere usato per le verifiche di non località della meccanica quantistica.

Introduciamo ora il formalismo quantistico delle matrici densità, utilizzato nel nostro esperimento per la misura del grado di entanglement degli stati generati tramite il dispositivo q-plate.

3.4.1 Rappresenzazione di stati entangled mediante matrici densità

Negli esperimenti di misura di stati entangled è molto utile l'uso del formalismo delle matrici densità.

Consideriamo un sistema descritto dalla stato $|\psi\rangle$, definito in uno spazio di Hilbert n -dimensionale con vettori di base $|n\rangle$; la matrice densità associata allo stato è definita dal seguente prodotto tensoriale:

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|. \quad (3.12)$$

Da questa definizione si ha:

$$\begin{cases} \rho_{nm} = \langle n|\psi\rangle\langle\psi|m\rangle \\ \rho_{nn} = |\langle\psi|n\rangle|^2 \end{cases} \quad (3.13)$$

Gli elementi sulla diagonale principale ci danno indicazioni sulla probabilità che il sistema si trovi negli stati di base.

Proviamo ora a determinare la matrice densità per lo stato entangled (3.11). In questo caso lavoriamo in uno spazio di Hilbert a 4 dimensioni con base costituita dai vettori $|L, +2\rangle$, $|L, -2\rangle$, $|R, +2\rangle$ e $|R, -2\rangle$.

Per la definizione (3.12) la matrice densità dello stato sarà:

$$\begin{aligned}\hat{\rho} &= \frac{1}{2}(|R, +2\rangle + |L, -2\rangle)(\langle R, +2| + \langle L, -2|) \\ &= \frac{1}{2}(|R, +2\rangle\langle R, +2| + |R, +2\rangle\langle L, -2| + \\ &\quad + |L, -2\rangle\langle R, +2| + |L, -2\rangle\langle L, -2|).\end{aligned}\tag{3.14}$$

Ciò significa che il sistema ha uguale probabilità di stare negli stati di base $|R, +2\rangle$ e $|L, -2\rangle$.

Da una rappresentazione grafica della matrice densità, ci si aspettano quindi dei picchi di uguale altezza in corrispondenza di 4 elementi: i due elementi diagonali associati ai vettori di base in questione e i due elementi non diagonali di coerenza [19, 18].

Nel nostro esperimento la determinazione delle matrici densità degli stati entangled, generati attraverso la q-plate, avviene tramite tecniche di tomografia quantistica, illustrate nel prossimo capitolo.

Capitolo 4

Esperimento

Nei precedenti capitoli sono stati presentati i modelli e le teorie che descrivono i fenomeni fisici alla base del nostro esperimento. In questo capitolo è illustrata l'attività sperimentale vera e propria. Essa è cominciata con la progettazione dell'apparato strumentale, rappresentato schematicamente in Fig 4.1. L'esperimento si è poi articolato in due fasi, finalizzate al raggiungimento di due obiettivi principali: la generazione, mediante SPDC, di coppie di fotoni correlati e la creazione di uno stato entangled interno al singolo fotone tramite l'uso del dispositivo q-plate. Purtroppo, causa la mancanza di alcune componenti ottiche, ordinate ma non ancora arrivate, gli obiettivi dell'esperimento non sono stati del tutto raggiunti nel breve tempo stabilito per una tesi triennale. La strumentazione a disposizione, per il troppo rumore di fondo, non ha permesso di rivelare le coppie di fotoni correlati, generate tramite fluorescenza parametrica. Ciò di conseguenza ha impedito la generazione di una sorgente di singolo fotone. Non potendo lavorare in regime quantistico, si è deciso quindi di generare per il momento lo stato entangled in regime classico, ovvero facendo incidere sulla q-plate direttamente la luce proveniente dalla sorgente principale, invece che un fotone alla volta. Questa è infatti una procedura standard preliminare a qualsiasi esperimento quantistico, tipicamente impiegata per ottimizzare l'allineamento, e denominata *simulazione classica* dell'esperimento.

Nei prossimi paragrafi è descritto con maggior dettaglio il lavoro svolto sia nel-

la prima fase, ovvero la generazione di coppie di fotoni correlati e le difficoltà incontrate nella loro rivelazione, sia nella seconda fase, in cui, non potendo ancora lavorare in regime quantistico, si è realizzata la simulazione classica di stato entangled della luce nei gradi di libertà di SAM e OAM.

4.1 Generazione di una sorgente di singolo fotone

L'intera disposizione sperimentale per la generazione della sorgente di singolo fotone può essere suddivisa in tre sezioni: generazione di seconda armonica, generazione di fluorescenza parametrica e rivelazione.

La sorgente laser utilizzata è un oscillatore al titanio zaffiro (Ti:Sa) impulsato, che emette nell'infrarosso con lunghezza d'onda accordabile tra $720nm$ e $850nm$. La configurazione di lavoro da noi scelta è $\lambda = 790nm$. Gli impulsi emessi sono 82 milioni al secondo, ciascuno della durata di $100fs$ e la potenza media raggiunta è di circa $600mW$. La luce emessa dal laser ha un modo spaziale TEM_{00} (elicità nulla) dal diametro di circa $2mm$, nominalmente con polarizzazione verticale. All'uscita della testa laser il fascio viene fatto passare attraverso una lamina birifrangente a mezz'onda e un PBS, in modo da correggere definitivamente lo stato di polarizzazione rendendolo verticale.

La luce proveniente dalla sorgente non viene direttamente utilizzata per generare fluorescenza parametrica, ma viene prima raddoppiata in frequenza tramite generazione di seconda armonica. Ciò è necessario perchè se si utilizzasse direttamente la luce della sorgente principale, i due fotoni generati per SPDC, nel caso degenerare, avrebbero una lunghezza d'onda nell'infrarosso di circa $1600nm$, alla quale la rivelazione risulterebbe problematica.

Per evitare quindi questo inconveniente, la luce proveniente dalla sorgente, prima di dar luogo a fluorescenza parametrica, viene raddoppiata in frequenza mediante generazione di seconda armonica attraverso un cristallo BBO con phase matching di tipo I: due fotoni provenienti dalla sorgente ($\lambda = 790nm$ e polarizzazione verticale) entrano nel cristallo e interagendo con esso si annichilano generando

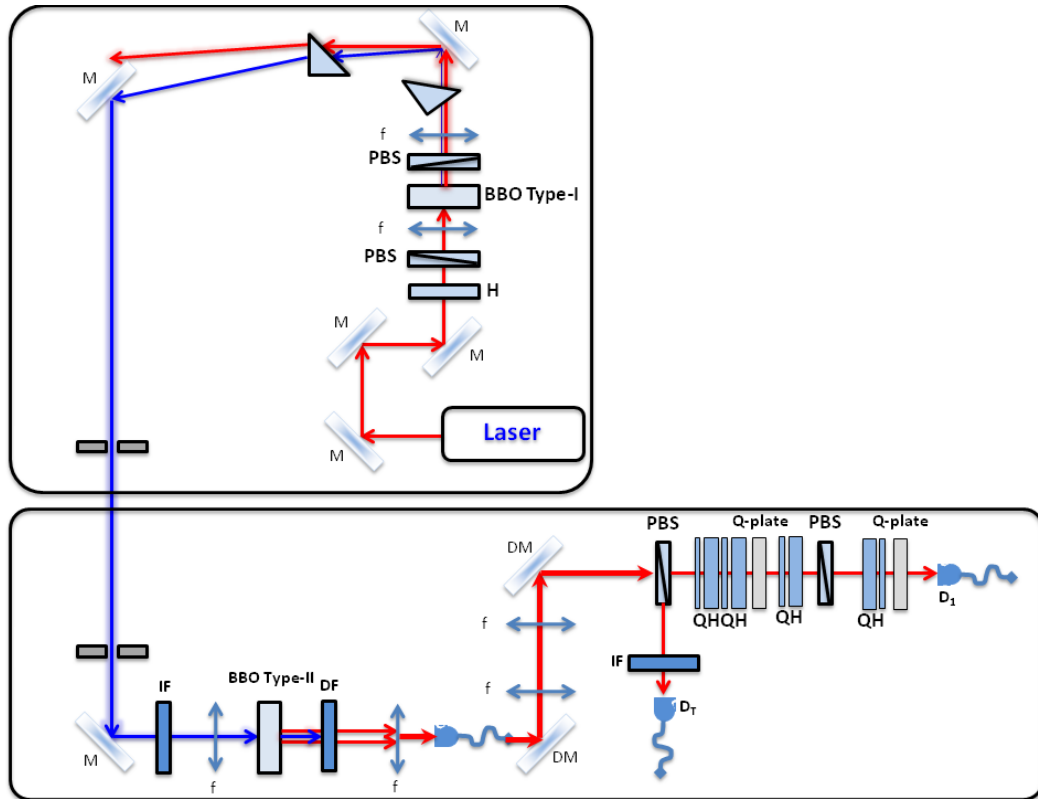


Figura 4.1: Rappresentazione schematica dell'apparato strumentale. I due riquadri si riferiscono ai due banchi ottici utilizzati in laboratorio. La luce proveniente dalla sorgente viene raddoppiata in frequenza attraverso il BBO (tipo I), poi fa fluorescenza parametrica attraverso il BBO (tipo II), generando coppie di fotoni correlati, di cui il fotone idler viene rivelato dal detector D_T (Detector Trigger) e il fotone signal passa attraverso un sistema che serve a generare e misurare lo stato entangled, e che termina con il rivelatore D_1 . Con H e Q indichiamo le lamine birifrangenti a mezza onda e a quarto d'onda.

un fotone blu ($\lambda = 395nm$). Questo fotone all'uscita avrà uno stato di polarizzazione orizzontale, ortogonale ai due fotoni infrarossi entranti. Le equazioni di conservazione per il processo di generazione di seconda armonica sono:

$$\begin{aligned}\vec{k}_\omega^o + \vec{k}_\omega^o &= \vec{k}_{2\omega}^e \\ \omega + \omega &= 2\omega\end{aligned}\tag{4.1}$$

L'efficienza di conversione del cristallo da noi utilizzato è del 10-20%. Per far sì che continui a propagarsi lungo l'apparato solo il fascio blu generato per SHG, si utilizzano le proprietà dispersive di due prismi (come mostrato in figura 4.1). A questo punto il fascio di luce blu, con una potenza di circa $25mW$, viene usato come pompa per la SPDC attraverso il secondo cristallo BBO con phase-matching di tipo II:

$$\vec{k}_p^e = \vec{k}_s^o + \vec{k}_i^e.\tag{4.2}$$

La fluorescenza parametrica degenera, a partire da fotoni blu, comporta una riconversione di questi in fotoni nell'infrarosso, alla stessa frequenza di emissione del laser. È per questo motivo che la rivelazione dei fotoni prodotti dalla fluorescenza parametrica è ostacolata da significativi effetti di rumore, dovuti al fatto che le coppie di fotoni generate hanno la stessa frequenza emessa della sorgente laser principale. Inoltre a ostacolare la rivelazione è soprattutto la bassissima efficienza della SPDC.

I due fotoni correlati, con polarizzazioni ortogonali, generati per fluorescenza parametrica, vengono separati spazialmente tramite un divisore di fascio polarizzatore (PBS) e rivelati ciascuno da due fotodiodi di silicio a valanga.

I fotodiodi utilizzati possono rivelare eventi di singolo fotone per un minimo di 500 conteggi al secondo (dovuto a fotoni di buio) e un massimo di 5 milioni di conteggi al secondo.

I due rivelatori sono collegati ad un sistema elettronico che è in grado di fornire il numero delle coincidenze in un determinato intervallo di tempo. I problemi riscontrati riguardano proprio la rivelazione di queste coincidenze, che, con la strumentazione fin'ora a disposizione, vengono oscurate dal troppo rumore presente. La fonte principale di tale rumore è stata individuata, per cui il problema dovrebbe

risolversi in un prossimo futuro.

Ciò impedisce per ora la verifica della generazione di fotoni correlati in polarizzazione e quindi non è ancora possibile usare il sistema come sorgente di singolo fotone.

4.2 Entanglement in regime classico

Non avendo per il momento la possibilità di sfruttare una sorgente di singolo fotone, si è deciso di generare l'entanglement della luce nei gradi di libertà di SAM e OAM in regime classico. Ovvero si utilizza come sorgente direttamente la luce emessa dal laser, che, come descritto in precedenza, si trova in uno stato di polarizzazione verticale e trasporta un momento angolare orbitale nullo (TEM_{00}). Associando alla luce uno stato che tiene conto dei gradi di libertà di polarizzazione (SAM) e di momento angolare orbitale (OAM), per il nostro fascio incidente si avrà:

$$\psi_0 = |H, 0\rangle = \frac{|L, 0\rangle + |R, 0\rangle}{\sqrt{2}}$$

L'apparato sperimentale su cui viene fatta incidere la luce nello stato ψ_0 , proveniente dalla sorgente laser, è schematizzato in Fig 4.2. Esso può dividersi in due parti: la prima, costituita da una lamina a quarto d'onda e dalla q-plate, serve a generare lo stato entangled tra SAM e OAM, la seconda serve a misurare il grado di entanglement dello stato generato, mediante la determinazione della matrice densità.

Si osservi che le q-plates, una termica e una elettrica, prima di essere utilizzate sono state ottimizzate secondo la procedura illustrata nel precedente capitolo.

L'angolo θ tra la direzione di polarizzazione del fascio iniziale e l'asse ottico della prima lamina a quarto d'onda determina la configurazione di lavoro, ovvero lo stato con cui la luce incide sulla prima q-plate. Le configurazioni da noi utilizzate sono state $\theta = \frac{\pi}{4}, 0, -\frac{\pi}{4}$, per le quali il fascio incidente cambia la sua polarizzazione,

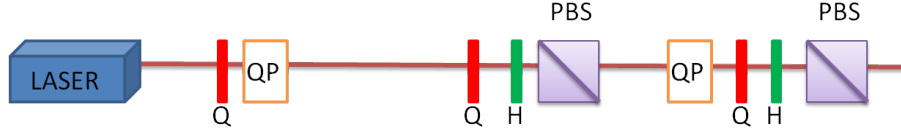


Figura 4.2: Rappresentazione schematica del set up per la generazione e la misura di stati entangled in regime classico. Con H e Q indichiamo le lamine birifrangenti a mezza onda e a quarto d'onda. Con QP è indicato il dispositivo q-plate.

attraversando la lamina Q , nel seguente modo:

$$\begin{aligned}
 \hat{Q}_{\frac{\pi}{4}}|H, 0\rangle &= |L, 0\rangle \\
 \hat{Q}_0|H, 0\rangle &= |H, 0\rangle \\
 \hat{Q}_{-\frac{\pi}{4}}|H, 0\rangle &= |R, 0\rangle.
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Dove con \hat{Q} è indicato l'operatore associato alla prima lamina birifrangente a quarto d'onda.

In questi tre casi, da quanto detto nel precedente capitolo, la q-plate, agisce rispettivamente come segue:

$$\begin{aligned}
 |L, 0\rangle &\xrightarrow{q\text{-plate}} |R, +2\rangle \\
 |H, 0\rangle &\xrightarrow{q\text{-plate}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|R, +2\rangle + |L, -2\rangle) \\
 |R, 0\rangle &\xrightarrow{q\text{-plate}} |L, -2\rangle.
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Una volta generato uno degli stati (4.4) tramite il dispositivo q plate, il fascio luminoso attraversa la seconda parte dell'apparato, e all'uscita ne viene misurata la potenza.

Per ciascuna delle configurazioni (4.4) si misura dunque la potenza del fascio uscente dall'intero apparato. Questa misura viene ripetuta al variare delle orientazioni delle quattro lamine birifrangenti che costituiscono la seconda parte del sistema. In particolare tali orientazioni vengono variate in modo da formare 16 configurazioni. Dunque per ciascuno dei tre stati (4.4) effettuiamo 16 misure di potenza del fascio in uscita.

Queste misure servono a determinare le matrici densità degli stati generati dalla

q-plate, tramite "tomografia quantistica" [18, 19]. Questa tecnica consiste nella determinazione della matrice densità di uno stato, tramite un fit numerico di misure effettuate in diverse basi dello spazio di Hilbert in cui vive lo stato stesso (nel nostro caso di tratta di uno spazio di Hilbert a 4 dimensioni).

Inseriamo quindi i dati ottenuti per ciascuna configurazione in un programma di calcolo numerico che ci fornisce i coefficienti delle corrispondenti matrici densità.

I risultati ottenuti sono illustrati graficamente in Fig 4.3.

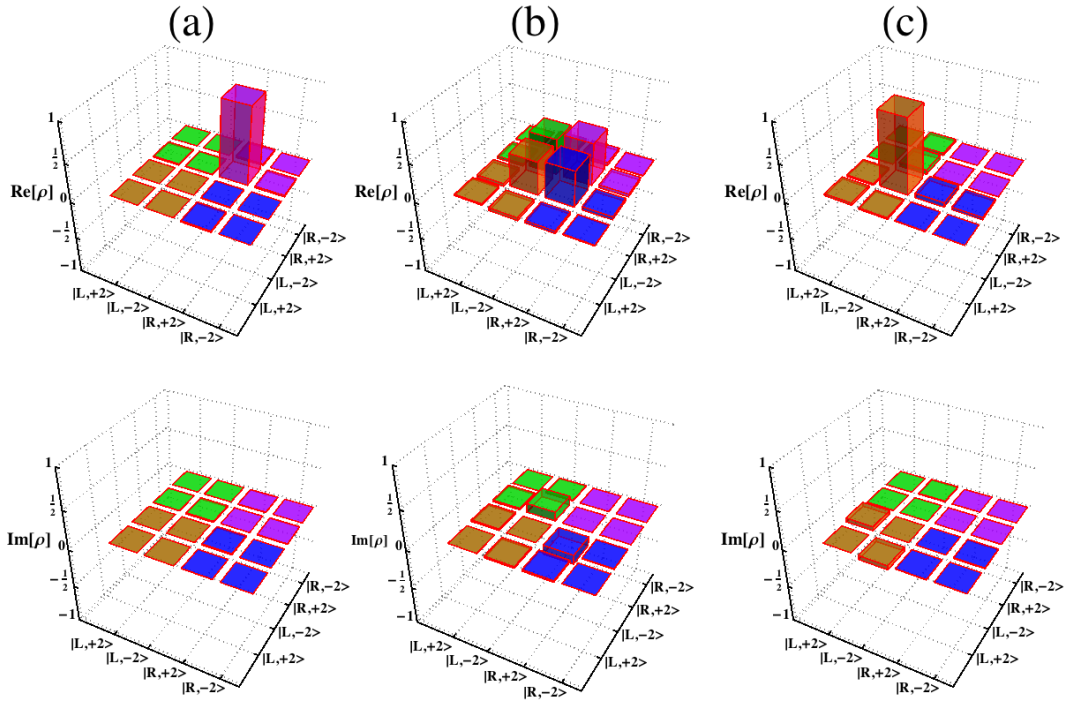


Figura 4.3: Parte reale e immaginaria delle matrici densità del fascio uscente dalla q-plate per tre diverse configurazioni. Nel caso (a) il fascio in ingresso ha polarizzazione circolare sinistra; nel caso (b) il fascio in ingresso è polarizzato linearmente; nel caso (c) il fascio in ingresso ha polarizzazione circolare destra.

Si osserva immediatamente che i risultati (a) e (c) indicano che il sistema si trova negli stati di base non entangled $|R, +2\rangle$ e $|L, -2\rangle$; mentre il risultato (b) mostra un alto grado di entanglement del sistema, proprio come ci aspettavamo dalle considerazioni fatte nel paragrafo 3.4.1.

Conclusioni

L'attività sperimentale cui ho contribuito con il mio lavoro di tesi è finalizzata a generare uno stato entangled interno al singolo fotone nei gradi di libertà di SAM e OAM, sfruttando una sorgente di singolo fotone ottenuta mediante fluorescenza parametrica.

L'obiettivo finale non è stato raggiunto nel breve periodo a disposizione per una tesi triennale; si stanno infatti ancora migliorando le caratteristiche dell'apparato sperimentale e sono stati ordinati dei dispositivi che permetteranno la rivelazione delle coppie di fotoni generati per fluorescenza parametrica, impedita al momento dal troppo rumore di fondo non schermato.

Nel frattempo, è stata comunque realizzata una "simulazione classica" dell'esperimento, ossia una misura basata su un fascio laser coerente non attenuato al livello di singolo fotone. Queste misure sono necessarie a verificare il buon allineamento dell'apparato e il corretto funzionamento del dispositivo q-plate, utilizzato per generare entanglement tra i gradi di libertà di momento angolare di spin e orbitale della luce. I risultati confermano il buon funzionamento dello schema sperimentale. Non appena la sorgente di singolo fotone sarà messa a punto, l'obiettivo finale di questo lavoro sarà a portata di mano.

Le difficoltà incontrate sono dipese anche dal fatto che si tratta di uno dei primi esperimenti di ottica quantistica in regime pulsato sviluppato dal dipartimento di fisica della Federico II. La speranza è infatti che questo possa essere un inizio per lo sviluppo di un filone di ricerca di grande interesse scientifico al momento, soprattutto per le sue applicazioni nel campo dell'informazione e della comunicazione quantistica.

Bibliografia

- [1] Quantum Optics, Marlan O.Scully, M. Suhail Zubairy.
- [2] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935); J. S. Bell, Physics (Long Island City, NY) 1, 195(1964).
- [3] Paul G. Kwiat, Edo Waks, Andrew G. White, Ian Appelbaum, and Philippe H. Eberhard, Phys. Rev. A **60**,2 (1999).
- [4] Paul G. Kwiat, Klaus Mattle, Harald Weinfurter, Anton Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **75**, 24 (1995).
- [5] Fundamentals of Photonics, Bhaa, Saleh, Teich.
- [6] Nonlinear Optics, Boyd
- [7] Quantum OPTics, Mark Fox
- [8] N. Boeuf, D. Branning, I. Chaperot, E. Dauler, S. Guérin, G. Jaeger, A. Muller, A. Migdall, Calculating Characteristics of Non-collinear Phase-matching in Uniaxial and Biaxial Crystals.
- [9] R. A. Beth, Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light, Physical Review, v. 50, July 15, 1936.
- [10] Sonja Franke-Arnold, Les Allen and Miles Padgett, Laser and Photon. Rev. 2, No. 4 (2008), Advances in optical angular momentum.

- [11] L. Marrucci, C. Manzo, and D. Paparo, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 163905 (2006), Optical Spin-to-Orbital Angular Momentum Conversion in Inhomogeneous Anisotropic Media.
- [12] E. Karimi (2009), Generation and manipulation of laser beams carrying orbital angular momentum for classical and quantum information applications.
- [13] E. Karimi, B. Piccirillo, E. Nagali, L. Marrucci, E. Santamato, Efficient generation and sorting of orbital angular momentum eigenmodes of light by thermally tuned q-plates, *App. Phys. Lett.* **94**, 231124 (2009).
- [14] L. Marrucci, Generation of Helical Modes of Light by Spin-to-Orbital Angular Momentum Conversion in Inhomogeneous Liquid Crystals, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 488, 148-162 (2008)
- [15] L. Allen, M.W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, *Phys. Rev. A* 45, 8185 (1992).
- [16] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* 49, 1804 (1982).
- [17] A. Mair, A. Vaziri, G. Welhs, and A. Zeilinger. Entanglement of the angular momentum states of photons. *Nature*, 412(6844):313, 2001. URL <http://dx.doi.org/10.1038/35085529>.
- [18] Eleonora Nagali, Linda Sansoni, Lorenzo Marrucci, Enrico Santamato, Fabio Sciarrino, Experimental generation and characterization of single-photon hybrid ququarts based on polarization and orbital angular momentum encoding, *PHYSICAL REVIEW A* 81, 052317 (2010).
- [19] Daniel F. V. James, Paul G. Kwiat, William J. Munro, and Andrew G. White, Measurement of qubits, *PHYSICAL REVIEW A*, VOLUME 64, 052312.

Ringraziamenti

È molto importante per me ringraziare le persone che mi hanno seguita e guidata in questo lavoro tesi: il mio relatore, il **Prof. Lorenzo Marrucci** per la disponibilità e la professionalità dimostrata e il **Dott. Ebrahim Karimi**, responsabile dell'attività di ricerca, per avermi dato l'opportunità di contribuire concretamente alla sperimentazione e per la pazienza con cui mi ha guidato nel corso dell'esperimento.

Ringrazio inoltre tutti i miei compagni di viaggio di questi tre anni, il termine colleghi sarebbe riduttivo, con cui ho condiviso sacrifici, gioie, delusioni e speranze e insieme ai quali ho provato a vivere l'università come luogo di **formazione** professionale e **personale**, di crescita culturale, di confronto e di integrazione sociale, convinti che il lato migliore della conoscenza è la possibilità di poterla condividere e divulgare.